



Bollettino Notiziario - A.A. 2019/2020

## LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA (ORD. 2011)

### Curriculum: Corsi comuni

### ATTIVITA' SEMINARIALE

**Titolare:** Dott. FABIO MARCUZZI

**Periodo:** Il anno, annuale

**Indirizzo formativo:** Corsi comuni

**Tipologie didattiche:** ; 4,00

**Contenuti:**

L'idoneità di 4 cfu della "attività seminariale" prevista per il corso di Laurea Magistrale in Matematica può essere ottenuta dagli studenti in vari modi, indicati nell'apposito regolamento per l'attività seminariale disponibile nel sito web ufficiale del CCS: <http://matematica.math.unipd.it/>

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

### PROVA FINALE

**Titolare:** da definire

**Periodo:** Il anno, annuale

**Indirizzo formativo:** Corsi comuni

**Tipologie didattiche:** ; 36,00

**Prerequisiti:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Contenuti:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Modalità di esame:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Criteri di valutazione:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**  
CONTENUTO NON PRESENTE

**Curriculum: Corsi comuni**

**Curriculum: Curriculum ALGANT**

**ALGEBRA COMMUTATIVA**

**Titolare:** Prof. REMKE NANNE KLOOSTERMAN

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00

**Prerequisiti:**

Nozioni base di algebra (gruppi, anelli, ideali, campi, quozienti, ecc.), acquisite nel corso di "Algebra 1".

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Una buona conoscenza degli oggetti algebrici da utilizzare in Geometria Algebrica e Teoria dei Numeri: - Moduli; - Prodotti Tensoriali; - Spettro di un anello; - Localizzazione; - Estensioni intere; - Anelli noetheriani; - Domini di Dedekind ed anelli di valutazione discreta; - Rudimenti di teoria della dimensione.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni frontali. Esercizi suggeriti.

**Contenuti:**

Anelli commutativi unitari, ideali, omomorfismi, anelli quoziente. Campi, domini integrali, zero divisori, elementi nilpotenti. Ideali primi e ideali massimali. Anelli locali e la loro caratterizzazione. Operazioni su ideali (somma, intersezione, prodotto). Estensione e contrazione di ideali per omomorfismi. Annullatore, ideale radicale, nilradicale e radicale di Jacobson di un anello. Prodotto diretto di anelli. Moduli, sottomoduli e loro operazioni (somma, intersezione). Annullatore di un modulo. Somme dirette e prodotti diretti di moduli. Successioni esatte di moduli, lemma del serpente. Moduli proiettivi ed iniettivi. Moduli finitamente generati, di presentazione finita, moduli liberi. Teorema di Cayley-Hamilton e Lemma di Nakayama. Prodotto tensoriale e le sue proprietà. Estensione degli scalari per i moduli. Algebre su un anello e il loro prodotto tensoriale. Esattezza ed aggiunta dei funtori Hom prodotto tensoriale. Moduli piatti. Differenziali di Kähler. Anelli di frazioni e localizzazione. Esattezza della localizzazione. Proprietà locali. Elementi interi, estensioni intere di anelli e chiusura integrale. Going Up, Going Down ed interpretazione geometrica. Anelli di valutazione. Cenni sui completamenti. Condizioni sulle catene, anelli e moduli artiniani e noetheriani. Teorema della beorema di Hilbert. Lemma di Normalizzazione e Nullstellensatz. Anelli di valutazione discreta. Ideali frazionari e moduli invertibili. Divisori di Cartier e Weil, gruppo di Picard, applicazione ciclo. Domini di Dedekind e loro estensioni. Decomposizione degli ideali, inerzia e ramificazione. Dimensione di Krull, altezza di un ideale primo. Teorema dell'ideale principale. Caratterizzazione dei domini fattoriali. Anelli locali regolari. Finitezza della dimensione di un anello locale noetheriano.

**Modalità di esame:**

Esame scritto

**Criteri di valutazione:**

La valutazione della preparazione dello studente sia baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

**Testi di riferimento:**

Atiyah, Michael Francis; Mac\_Donald, Ian Grant, Introduction to commutative algebra M. F. Atiyah, I. G. Macdonald. Reading [etc.]: Addison-Wesley, 0 Eisenbud, David, Commutative algebra with a view toward algebraic geometry. New York [etc.]: Springer, 0 Gathmann, A., Commutative Algebra. Kaiserslautern: , 2013 Atiyah, Michael Francis; Mac\_Donald, Ian Grant; Maroscia, Paolo, Introduzione all'algebra commutativa M. F. Atiyah e I. G. Macdonald appendice all'edizione italiana di Paolo Maroscia. Milano: Feltrinelli, 1981

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Dispense disponibili alla pagina web <http://www.mathematik.uni-kl.de/agag/mitglieder/professoren/gathmann/notes/commalg/>

**ANELLI E MODULI**

**Titolare:** Prof.ssa SILVANA BAZZONI

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00

**Prerequisiti:**

Contenuto dei corsi di Algebra della laurea triennale e nozioni di base di teoria dei moduli su anelli arbitrari.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Scopo del corso e' di apprendere le nozioni di base in teoria delle categorie e le relative costruzioni principali. Introdurre le tecniche e gli strumenti dell'algebra omologica e loro applicazioni alla teoria della dimensione.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Verranno distribuite liste di esercizi da risolvere per verificare e approfondire l'apprendimento delle nozioni impartite. Verranno distribuite quotidianamente le note delle lezioni impartite.

**Contenuti:**

Categorie additive e abeliane. Categorie di funtori. Teorema di immersione di Freyd-Mitchell. Pullback e pushout. Limiti e colimiti. Funtori aggiunti. Categorie di complessi di catene e categoria omotopica. Teorema fondamentale di omologia. Funtori derivati destri e sinistri. I funtori Tor, piatezza e purita'. I funtori Ext e le estensioni di Yoneda. Dimensioni piate, proiettive e iniettive di moduli su anelli e loro caratterizzazioni in termini dei funtori derivati. Applicazioni alla dimensione globale di anelli e Teorema delle sizigie di Hilbert.

**Modalità di esame:**

Esame scritto consistente nel rispondere a domande di teoria e nella risoluzione di esercizi. Discussione dell'elaborato ed eventuale orale.

**Criteri di valutazione:**

Verifica sulla apprendimento delle nozione insegnate e sull'abilita' della rispettiva applicazione.

**Testi di riferimento:**

B.B Stentrom, Rings of quotients. : Grundleheren der Math., 217, Springer-Verlag, 1975 C.A. Weibel, An Introduction to Homological Algebra. : Cambridge studies in Ad. Math., 38, 1994 J. Rotman, An introduction to Homological Algebra. New York: Universitext Springer, 2009

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Note delle lezioni impartite, svolgimento degli esercizi proposti. Consultazione dei testi di riferimento.

**CRITTOGRAFIA**

**Titolare:** Prof. ALESSANDRO LANGUASCO

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:** 40A+8E; 6,00

**Prerequisiti:**

Gli argomenti dei corsi di Algebra (congruenze, gruppi e gruppi ciclici, campi finiti), Analisi I (calcolo differenziale ed integrale, serie numeriche) del corso di studi in Matematica.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Lo scopo del corso e' quello di offrire una panoramica delle basi teoriche necessarie per permettere uno studio critico dei protocolli crittografici usati oggi in molte applicazioni (autenticazione, commercio digitale). Nella prima parte verranno esposti gli strumenti matematici di base (essenzialmente dalla teoria elementare ed analitica dei numeri) necessari per comprendere il funzionamento dei moderni metodi a chiave pubblica. Nella seconda parte vedremo come applicare queste conoscenze per studiare in modo critico alcuni protocolli crittografici.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezione frontale.

**Contenuti:**

First Part: Basic theoretical facts: Modular arithmetic. Prime numbers. Little Fermat theorem. Chinese remainder theorem. Finite fields: order of an element and primitive roots. Pseudoprimality tests. Agrawal-Kayal-Saxena's test. RSA method: first description, attacks. Rabin's method and its connection with the integer factorization. Discrete logarithm methods. How to compute the discrete log in a finite field. Elementary factorization methods. Some remarks on Pomerance's quadratic sieve. Second Part: Protocols and algorithms. Fundamental crypto algorithms. Symmetric methods (historical ones, DES, AES) . Asymmetric methods. Attacks. Digital signature. Pseudorandom generators (remarks). Key exchange, Key exchange in three steps, secret splitting, secret sharing, secret broadcasting, timestamping. Signatures with RSA and discrete log.

**Modalità di esame:**

Esame scritto

**Criteri di valutazione:**

Durante la prova scritta lo studente dovra' rispondere ad alcune domande relative al programma svolto dimostrando di aver compreso gli argomenti del corso. Il massimo dei voti (30/30) verra' assegnato in presenza di un compito privo di errori. Il docente si riserva di fare alcune domande orali nel caso in cui sia necessario investigare ulteriormente la preparazione del candidato.

**Testi di riferimento:**

A. Languasco e A. Zaccagnini, Manuale di Crittografia. Milano: Hoepli, 2015 Koblitz, Neal, A course in number theory and cryptography. New York: Springer, 1987

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Utilizzeremo i seguenti testi: 1) A.Languasco, A.Zaccagnini - Manuale di Crittografia - Hoepli Editore, 2015. (italian). 2) N.Koblitz - A Course in Number Theory and Cryptography, Springer, 1994. 3) R.Crandall, C.Pomerance - Prime numbers: A computational perspective - Springer, 2005. 4) B. Schneier - Applied Cryptography - Wiley, 1994

**FUNZIONI DI PIU' VARIABILI COMPLESSE**

**Titolare:** Dott. LUCA BARACCO

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00

**Prerequisiti:**

Calcolo differenziale ed integrale in più variabili.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Conoscenza delle principali proprietà delle funzioni oloedre in più variabili e delle tecniche per il loro studio e l'apprendimento degli invarianti preservati da tali funzioni.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

lezioni frontali ed esercitazioni

**Contenuti:**

1. Differenziali reali/complessi 2. Formula di Cauchy nel polidisco 3. Funzioni subarmoniche 4. Analiticità separata 5. Funzioni analitiche e serie convergenti 6. Forma di Levi, Teorema di estensione di H.Lewy 7. Superarmonicità logaritmica, Principio di continuità, Propagazione di estensione oloedra 8. Domini di oloedrità e domini pseudoconvessi 9. Stime  $L^2$  nel problema Neumann

**Modalità di esame:**

Esame orale

**Criteri di valutazione:**

Conoscenza del materiale esposto a lezione.

**Testi di riferimento:**

Giuseppe Zampieri, Complex analysis and CR Geometry. : American Math. Soc., 2008

## GEOMETRIA ALGEBRICA 1

**Titolare:** Prof.ssa ORSOLA TOMMASI

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00

**Prerequisiti:**

Molti dei risultati si basano su risultati di algebra commutativa, per cui è opportuno di aver seguito almeno la prima metà del corso di algebra commutativa.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Conoscenza dei concetti e delle tecniche di base della geometria algebrica. Capacità di porre in relazione le diverse proprietà delle varietà algebriche e i risultati teorici a riguardo. Capacità di risolvere problemi ed esercizi di geometria algebrica.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni frontali. Fogli di esercizi settimanali, discussi successivamente durante le ore di lezione.

**Contenuti:**

Questo corso fornisce una prima introduzione alla geometria algebrica, partendo dalle nozioni di base ma introducendo anche metodi più avanzati come lo studio di schemi e fasci. Programma: Varietà affini Topologia di Zariski Fascio delle funzioni regolari Morfismi tra varietà Varietà proiettive Dimensione delle varietà Introduzione agli schemi

**Modalità di esame:**

Esame scritto, eventualmente tenendo conto dei risultati degli esercizi svolti a casa.

**Criteri di valutazione:**

Comprensione delle tecniche e i concetti di base di geometria algebrica. Capacità di applicare i risultati teorici sulle varietà algebriche e le loro proprietà in esempi specifici come per esempio nella risoluzione di esercizi. Capacità di risolvere problemi di geometria algebrica.

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Il corso segue le dispense del corso di Andreas Gathmann alla TU Kaiserslautern, disponibili online all'indirizzo <https://www.mathematik.uni-kl.de/~gathmann/de/alggeom.php> Sono inoltre disponibili fogli di esercizi sulla pagina Moodle del corso, con cadenza settimanale. Bibliografia aggiuntiva: I. R. Shafarevich, Basic algebraic geometry. 1. Varieties in projective space. Second edition. Translated from the 1988 Russian edition and with notes by Miles Reid. Springer-Verlag, Berlin, 1994. xx+303 pp. ISBN: 3-540-54812-2 I. R. Shafarevich, Basic algebraic geometry. 2. Schemes and complex manifolds. Second edition. Translated from the 1988 Russian edition and with notes by Miles Reid. Springer-Verlag, Berlin, 1994. xiv+269 pp. ISBN: 3-540-57554-5 I. G. Macdonald, Algebraic geometry. Introduction to schemes. W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam 1968 vii+113 pp.

## GEOMETRIA ALGEBRICA 2

**Titolare:** Prof.ssa CARLA NOVELLI

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00

**Prerequisiti:**

Basi di topologia e algebra commutativa.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Buona conoscenza degli oggetti algebrici usati in Geometria Birazionale.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni e esercizi proposti.

**Contenuti:**

Introduzione a varietà affini e proiettive. Morfismi, mappe razionali e mappe birazionali. Singolarità e risoluzione di singolarità. Scoppiamenti. Introduzione a fasci e coomologia. Curve razionali e divisori su varietà. Ampiezza e coni di curve. Raggi estremali e contrazioni estremali. Superficie: Teorema del Cono, classificazione birazionale e Programma dei Modelli Minimali. Varietà di dimensione alta: Teorema del Cono, Teorema di Contrazione, Raggi Estremali, contrazioni associate a raggi estremali, introduzione al Programma dei Modelli Minimali e Modelli Minimali.

**Modalità di esame:**

Seminario.

**Criteri di valutazione:**

La valutazione della preparazione dello studente sia baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

**Testi di riferimento:**

Olivier Debarre, Higher-Dimensional Algebraic Geometry. New York: Universitext, Springer-Verlag, 2001 Arnaud Beauville, Complex Algebraic Surfaces (Second Edition). London Mathematical Society.: Cambridge: Cambridge University Press, 1996 Ja'nos Kolla'r & Shigefumi Mori, Birational Geometry of Algebraic Varieties. Cambridge: Cambridge University Press, 1998 Kenji Matsuki, Introduction to the Mori Program. New York: Universitext, Springer-Verlag, 2002

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Ulteriori materiali di studio saranno disponibili nella pagina moodle del corso.

## INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEGLI ANELLI

**Titolare:** Prof. ALBERTO FACCHINI

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00

**Sede dell'insegnamento:** Torre Archimede

**Prerequisiti:**

Corsi di "Algebra 1" e "Algebra 2".

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Questo e' un primo corso su anelli non commutative e moduli su anelli non commutativi.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

**Contenuti:**

Anelli. Categorie, funtori. Moduli e loro omomorfismi, bimoduli, sottomoduli e quozienti. Trasformazioni naturali. Insiemi di generatori, sottomoduli massimali, moduli liberi e anelli IBN, sequenze esatte, moduli proiettivi, prodotto tensoriale di moduli, moduli proiettivi su  $Z$ . Sottocategorie. Moduli semplici, semisemplici, noetheriani, artiniani, di lunghezza di composizione finita. Anelli artiniani semisemplici, anelli artiniani, il radicale di Jacobson, anelli locali, moduli iniettivi, ricoprimenti proiettivi, involucri iniettivi.

**Modalità di esame:**

Esame orale e/o valutazione degli esercizi svolti durante il corso.

**Criteri di valutazione:**

Correttezza delle risposte e delle soluzioni.

**Testi di riferimento:**

Alberto Facchini, Introduction to Ring and Module Theory. Padova: Libreria Progetto, 2019

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Le dispense del corso di Introduzione alla teoria degli anelli sono disponibili presso la Libreria Progetto, Via Marzolo 24, Padova. Il titolo è "Introduction to ring and module theory", last edition, 2019.

**INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEI GRUPPI**

**Titolare:** Prof. ANDREA LUCCHINI

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00

**Prerequisiti:**

Conoscenze di base di algebra (quelle fornite dai corsi del primo e secondo anno)

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Il corso intende fornire una introduzione generale alla teoria dei gruppi, descrivendo i risultati e le metodologie più importanti e applicare successivamente queste conoscenze all'approfondimento di alcune tematiche in particolare (ad esempio lo studio dei gruppi profiniti).

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

**Contenuti:**

Introduzione generale alla teoria dei gruppi: azioni di gruppo, gruppi risolubili e nilpotenti, gruppi finitamente presentati. Cenni sulla classificazione dei gruppi semplici. Gruppi topologici e gruppi profiniti (caratterizzazioni, completamenti profiniti, gruppi profiniti a base numerabile, condizioni aritmetiche sui gruppi profiniti, sottogruppi di indice finito, gruppi di Galois di estensioni infinite). Metodi probabilistici in teoria dei gruppi.

**Modalità di esame:**

Esame orale. Al candidato sarà chiesto di presentare gli argomenti più importanti svolti durante il corso e di risolvere esercizi su queste tematiche.

**Criteri di valutazione:**

Verifica sulla comprensione delle nozioni insegnate e sull'abilità della rispettiva applicazione

**Testi di riferimento:**

I.M. Isaacs, Finite group theory. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2008 J. Wilson, Profinite groups. Oxford: Clarendon Press, 1998

**MECCANICA SUPERIORE**

**Titolare:** Prof. FRANCO CARDIN

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00

**Prerequisiti:**

Elementi di base di Analisi e Geometria

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Geometria differenziale e simplettica. Meccanica Hamiltoniana globale. Teoria geometrica dell'equazione di Hamilton-Jacobi. Topologia simplettica. Calcolo delle Variazioni: Punti Coniugati, indice di Morse, teoria di Lusternik-Schnirelman per l'esistenza di punti critici.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

lezioni frontali ed esercitazioni

**Contenuti:**

Nozioni di base di Geometria Differenziale e di Calcolo Differenziale Esterno. Coomologia. Varietà Riemanniane. Esistenza di metriche Riemanniane, teorema di Whitney. Geometria simplettica, Varietà simplettiche. Introduzioni e applicazioni della Meccanica Hamiltoniana sulle varietà simplettiche. Parametizzazioni locali e globali delle sottovarietà Lagrangiane e loro Funzioni Generatrici. Teorema di Maslov-Hörmander. Equazione di Hamilton-Jacobi, soluzioni geometriche e legami con il Calcolo delle Variazioni. Punti Coniugati e teoria dell'Indice di Morse. Coomologia Relativa e teoria di Lusternik-Schnirelman. Introduzione alla Topologia Simplettica: Esistenza e classificazione dei punti critici di funzioni a applicazione alle Funzioni Generatrici delle sotto-varietà Lagrangiane. La soluzione min-max, o variazionale, dell'equazione di Hamilton-Jacobi. Topologia Simplettica di Viterbo: verso la soluzione della congettura di Arnol'd. Teoria di Morse.

**Modalità di esame:**

Scritto.

**Criteri di valutazione:**

Valutazione dell'apprendimento teorico e pratico sulle nozioni del corso.

**Testi di riferimento:**

Hofer, Helmut; Zehnder, Eduard, Symplectic invariants and Hamiltonian dynamics. : Birkhäuser, 1994 McDuff, Dusa, Salamon, Dietmar, Introduction to symplectic topology. : Oxford Mathematical Monographs, 1998 Arnol'd, V. I., Mathematical methods of classical mechanics. Springer Verlag: 1989, F.

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

F. Cardin: Elementary Symplectic Topology and Mechanics, Springer 2015

**OMOLOGIA E COOMOLOGIA**

**Titolare:** Prof. BRUNO CHIARELLOTTO

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:** 48A; 6,00

**Prerequisiti:**

Ci si aspetta che lo studente abbia già visto la possibilità di associare degli invarianti a spazi topologici (gruppo fondamentale..). Basic commutative algebra.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

The student should understand the meaning of invariants for a topological space

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

in class and homeworks.

**Contenuti:**

Starting from the basic definition of the algebraic topology we will introduce the definition of homology and cohomology for a topological space. Singular, simplicial, cellular, relative, excision, Mayer-Vietoris. Tor and Ext: universal coefficients theorem. Cup and cap product: the ring structure on the cohomology of a projective space. Poincaré duality

**Modalità di esame:**

tailored on the basis of the students attitudes: oral and homeworks.

**Criteri di valutazione:**

some new techniques will be introduced: we expect the student shows how to master them.

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

we will indicate them during the class: as part of books or/and notes. J.Rotman "Introduction to algebraic topology" Springer A. Hatcher "Algebraic Topology"

**TEORIA DEI NUMERI 1**

**Titolare:** Prof. FRANCESCO BALDASSARRI

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 13,00

**Prerequisiti:**

I corsi di Algebra, Analisi 1 e 2, Algebra Lineare del primo biennio. Sarebbe molto utile avere già seguito un breve corso di Teoria di Galois.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Le conoscenze principali da acquisire sono: 1) la teoria algebrica degli anelli degli interi algebrici e anelli di Dedekind 2) la teoria del discriminante 3) estensioni quadratiche e ciclotomiche 4) decomposizione dei primi in una estensione, specialmente nel caso di  $\mathbb{Q}$  di Galois 5) la nozione di numero di classi di un corpo di numeri algebrici 6) Finitzza del numero di classi 7) Risultati principali sulle unità (Teorema di Dirichlet) 8) La funzione zeta e le serie L

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Le 1 o 2 relazioni proposte durante il semestre saranno un controllo della comprensione del corso da parte dello studente. Molto spesso gli argomenti proposti saranno tratti da sezioni del libro indicate precedentemente, allo scopo di incoraggiare gli studenti a cimentarsi con gli esercizi del libro. A ogni studente è offerta l'opportunità di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso. Si potrà così valutare la capacità espositiva dello studente. L'eventuale esame orale consiste in una presentazione orale da svolgere in sede separata su un argomento scelto dal docente con un paio di ore di anticipo per la preparazione.

**Contenuti:**

1. Teoria algebrica di base dei gruppi e anelli commutativi. 2. Fattorizzazione di elementi e di ideali 3. Domini di Dedekind. 4. Corpi di numeri algebrici. Corpi ciclotomici e quadratici. 5. Anelli di interi. Proprietà di fattorizzazione. 6. Estensioni finite, decomposizione, ramificazione. Teoria della decomposizione di Hilbert. 7. Automorfismo di Frobenius, mappa di Artin; 8. Corpi quadratici e ciclotomici. Legge di reciprocità quadratica. Somme di Gauss. 9. Una introduzione alla teoria del corpo di classi (da Kato-Kurokawa-Saito, Vol. 2 Cap. 5). 10. Teoria di Minkowski (finitzza del numero di classi e teorema delle unità). 11. Serie di Dirichlet, funzione zeta, valori speciali e formula per il numero di classi. Tutto il materiale si trova nel testo: Daniel A. Marcus "Number Theory", Springer-Verlag. La parte essenziale del programma consiste nei Capitoli da 1 a 5, con gli esercizi utilizzati nelle dimostrazioni. I capitoli 6 e 7 sono necessari per ottenere un voto molto buono. Le lunghe dimostrazioni analitiche reali dei capitoli 5/6/7 non saranno essenziali. È tuttavia necessaria una buona comprensione dei metodi di analisi complessa. Si raccomanda la lettura, a scopo culturale, dei due libri di Kato-Kurokawa-Saito, eventualmente

saltandone le dimostrazioni.

**Modalità di esame:**

Si proporranno 1 o 2 relazioni scritte durante il corso su argomenti scelti insieme all'insegnante. Il loro scopo è di verificare la comprensione delle lezioni e l'interesse per la materia. L'esame si concluderà con una relazione finale svolta a casa su un argomento scelto all'insegnante. A ogni studente è offerta l'opportunità di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso. Un esame orale finale è riservato a chi mira a voti eccezionali.

**Criteri di valutazione:**

Si valuterà il grado di comprensione e di assimilazione del materiale presentato. Si apprezzeranno e valuteranno anche l'impegno di studio, l'interesse per la materia e la capacità di risolvere problemi.

**Testi di riferimento:**

Kazuya Kato, Nobushige Kurokawa, Takeshi Saito, Number Theory 1 (Fermat's Dream) and Number Theory 2 (Introduction to Class Field Theory). : Translations of Math. Monographs Vol. 186 and 240 American Mathematical Society, 2011 Daniel A. Marcus, Number Fields. : Springer Universitext, 1977

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

E' possibile che uno studente trovi più semplice studiare uno o più argomenti in altri libri di testo o in note di corsi reperibili online. Quando possibile, l'insegnante darà indicazioni su dove reperire tale materiale.

## TEORIA DEI NUMERI 2

**Titolare:** Prof. ADRIAN IOVITA

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00

**Prerequisiti:**

Teoria di Numeri 1.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Conoscenze in algebra commutativa e topologia.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni alla lavagna.

**Contenuti:**

Nel corso studieremo la teoria dei campi locali seguendo il libro di J.-P. Serre "Local fields". Si studieranno: anelli di valutazione e i loro completamenti, campi di valutazioni discreta e le loro estensioni finite, la filtrazione di ramificazione del gruppo di Galois di un campo locale. Come applicazione si studieranno le forme modulari p-adiche.

**Modalità di esame:**

Ci saranno compiti settimanali, un compito a meta sessione ed un'esame scritto finale.

**Criteri di valutazione:**

I compiti verranno valutati 40% del voto, il compito 20% e l'esame finale 40%.

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

J.-P. Serre, Local fields. H.P.F. Swinnerton-Dyer, On l-adic representations and congruences between the coefficients of modular forms.

## TEORIA DELLA RAPPRESENTAZIONE DEI GRUPPI

**Titolare:** da definire

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00

**Sede dell'insegnamento:** Torre Archimede

**Aule:** 2AB40

**Prerequisiti:**

Nozioni di base di algebra lineare e di teoria dei gruppi.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Lo studente apprenderà le nozioni di base sulle rappresentazioni complesse dei gruppi finiti e la classificazione delle algebre di Lie semisemplici complesse.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni frontali. Sulla pagina web del corso sono presenti esercizi da svolgere.

**Contenuti:**

Rappresentazioni. Rappresentazioni irriducibili. Teorema di Maschke. Caratteri. Ortogonalita'. Rappresentazioni Indotte, formal di Mackey. Reciprocita' di Frobenius-Schur. Indicatore di Frobenius. Gruppi compatti. Gruppi algebrici lineari e loro algebra di Lie. Algebre di Lie risolubili e nilpotenti. Algebre di Lie semisemplici. Criterio di Cartan. Forma di Killing. Teorema di Weyl. Decomposizione in spazi radice. Sistemi di radici. Classificazione delle algebre di Lie semisemplici. Algebra involuante universale. Rappresentazioni irriducibili di dimensione finita di un'algebra di Lie semisemplice.

**Modalità di esame:**

Esame scritto

**Criteri di valutazione:**

Gli scritti saranno valutati in base alla completezza, correttezza e chiarezza espositiva.

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Useremo anche qualche pagina tratta da queste Lezioni di Alexander Kleshchev <http://darkwing.uoregon.edu/~klesh/teaching/AGLN.pdf>

**TOPOLOGIA 2**

**Titolare:** Prof. ANDREA D'AGNOLO

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Matematica (Ord. 2011)

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum ALGANT

**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

vedi sotto

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Categorie e Funtori Introduciamo il linguaggio di base delle categorie e dei funtori. Un punto fondamentale è il Lemma di Yoneda, che asserisce come una categoria  $C$  si immerga nella categoria dei funtori contravarianti da  $C$  alla categoria degli insiemi. Questo conduce naturalmente al concetto di funtore rappresentabile. Studieremo poi in dettaglio i limiti induttivi e proiettivi, con vari esempi. Categorie Additive ed Abeliane Lo scopo è di definire e studiare i funtori derivati di un funtore  $F$ , esatto a sinistra (o a destra) tra categorie abeliane. A questo scopo, inizieremo con lo studiare i complessi (semplici e doppi) nelle categorie additive o abeliane. Quindi spiegheremo la costruzione del funtore derivato destro tramite risoluzioni iniettive, e tramite risoluzioni  $F$ -iniettive. Applicheremo questi risultati al caso dei funtori  $\text{Tor}$  ed  $\text{Ext}$ . Fasci Abelian su Spazi Topologici Studieremo fasci abeliani su spazi topologici (con un breve accenno alle topologie di Grothendieck). Costruiremo il fascio associato ad un prefascio, e le usuali operazioni interne ( $\text{Hom}$  e  $?$ ) ed esterne (immagini diretta ed inversa). Spiegheremo anche come ottenere fasci localmente costanti, o localmente liberi, tramite incollamento. Coomologia di Fasci Dimostreremo che la categoria dei fasci abeliani ha abbastanza iniettivi e definiremo la coomologia dei fasci. Utilizzando il fatto che la coomologia di fasci localmente costanti è un invariante omotopico, mostreremo come calcolare la coomologia di spazi utilizzando la decomposizione cellulare, e dedurremo la coomologia di alcune varietà classiche.

**Contenuti:**

Solitamente si affronta lo studio della Topologia Algebrica tramite il gruppo fondamentale e l'omologia, definita tramite complessi di catene, mentre qui si pone l'accento sul linguaggio delle categorie e dei fasci, con particolare riferimento ai fasci localmente costanti. I fasci su di uno spazio topologico sono stati introdotti da Jean Leray per dedurre proprietà globali da proprietà locali. Questo strumento si è rivelato estremamente potente, ed ha applicazioni a vari campi della Matematica, dalla Geometria Algebrica alla Teoria Quantistica dei Campi. Su di uno spazio topologico, il funtore che assegna ad un fascio le sue sezioni globali è esatto a sinistra, ma non a destra, in generale. I suoi funtori derivati sono i gruppi di coomologia che codificano le ostruzioni al passaggio da locale a globale. I gruppi di coomologia del fascio costante sono invarianti topologici (ed anche omotopici) dello spazio di base. Spiegheremo come calcolarli in varie situazioni.

**Modalità di esame:**

tradizionale

**Criteri di valutazione:**

esame orale

**Testi di riferimento:**

Pierre Schapira, Algebra and Topology. ,

**Curriculum: Curriculum ALGANT**

**Curriculum: Curriculum Applicativo**

**MECCANICA HAMILTONIANA**

**Titolare:** da definire

**Periodo:** Il anno, 2 trimestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Applicativo

**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00

**Sede dell'insegnamento:** mutuato dal corso omonimo della Laurea in Fisica: vedi anche bollettino corrispondente.

**Prerequisiti:**

conoscenze di base di geometria differenziale e di meccanica lagrangiana ed hamiltoniana.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Introdurre all'uso di metodi geometrico-gruppali nello studio di simmetrie, leggi di conservazione ed integrabilità dei sistemi meccanici Hamiltoniani.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

lezioni frontali

**Contenuti:**

Gruppi di Lie e loro azioni su varietà. Simmetrie e riduzione di equazioni differenziali. Il caso delle varietà simplettiche: azioni Hamiltoniane, mappa momento, riduzione simplettica. Sistemi Hamiltoniani su gruppi di Lie. Integrabilità e teorema di Liouville-Arnold.

**Criteri di valutazione:**

svolgimento di esercizi, risposta a domande.

**Testi di riferimento:**

Arnold, Metodi Matematici della Meccanica Classica (Editori Riuniti). Abraham, Marsden: Foundations of Mechanics II ed. (Benjamin) Marsden, Ratiu: Introduction to Mechanics and Symmetry (Springer) Audin: Torus actions on symplectic manifolds. II edizione (Birkhauser) Materiale fornito durante il corso.

## METODI NUMERICI PER EQUAZIONI DIFFERENZIALI

**Titolare:** da definire

**Periodo:** Il anno, 3 trimestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Applicativo

**Tipologie didattiche:** 40A+16E; 6,00

**Sede dell'insegnamento:** Il corso tace.

Curriculum: Curriculum Applicativo

Curriculum: Curriculum Didattico

Curriculum: Curriculum Didattico

Curriculum: Curriculum Generale

## ALGEBRA COMMUTATIVA

**Titolare:** Prof. REMKE NANNE KLOOSTERMAN

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00

**Prerequisiti:**

Nozioni base di algebra (gruppi, anelli, ideali, campi, quozienti, ecc.), acquisite nel corso di "Algebra 1".

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Una buona conoscenza degli oggetti algebrici da utilizzare in Geometria Algebrica e Teoria dei Numeri: - Moduli; - Prodotti Tensoriali; - Spettro di un

anello; - Localizzazione; - Estensioni intere; - Anelli noetheriani; - Domini di Dedekind ed anelli di valutazione discreta; - Rudimenti di teoria della dimensione.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni frontali. Esercizi suggeriti.

**Contenuti:**

Anelli commutativi unitari, ideali, omomorfismi, anelli quoziente. Campi, domini integrali, zero divisori, elementi nilpotenti. Ideali primi e ideali massimali. Anelli locali e la loro caratterizzazione. Operazioni su ideali (somma, intersezione, prodotto). Estensione e contrazione di ideali per omomorfismi. Annullatore, ideale radicale, nilradicale e radicale di Jacobson di un anello. Prodotto diretto di anelli. Moduli, sottomoduli e loro operazioni (somma, intersezione). Annullatore di un modulo. Somme dirette e prodotti diretti di moduli. Successioni esatte di moduli, lemma del serpente. Moduli proiettivi ed iniettivi. Moduli finitamente generati, di presentazione finita, moduli liberi. Teorema di Cayley-Hamilton e Lemma di Nakayama. Prodotto tensoriale e le sue proprietà. Estensione degli scalari per i moduli. Algebre su un anello e il loro prodotto tensoriale. Esattezza ed aggiunta dei funtori Hom prodotto tensoriale. Moduli piatti. Differenziali di Kähler. Anelli di frazioni e localizzazione. Esattezza della localizzazione. Proprietà locali. Elementi interi, estensioni intere di anelli e chiusura integrale. Going Up, Going Down ed interpretazione geometrica. Anelli di valutazione. Cenni sui completamenti. Condizioni sulle catene, anelli e moduli artiniani e noetheriani. Teorema della beorema di Hilbert. Lemma di Normalizzazione e Nullstellensatz. Anelli di valutazione discreta. Ideali frazionari e moduli invertibili. Divisori di Cartier e Weil, gruppo di Picard, applicazione ciclo. Domini di Dedekind e loro estensioni. Decomposizione degli ideali, inerzia e ramificazione. Dimensione di Krull, altezza di un ideale primo. Teorema dell'ideale principale. Caratterizzazione dei domini fattoriali. Anelli locali regolari. Finitezza della dimensione di un anello locale noetheriano.

**Modalità di esame:**

Esame scritto

**Criteri di valutazione:**

La valutazione della preparazione dello studente sia baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

**Testi di riferimento:**

Atiyah, Michael Francis; Mac\_Donald, Ian Grant, Introduction to commutative algebra M. F. Atiyah, I. G. Macdonald. Reading [etc.]: Addison-Wesley, 0 Eisenbud, David, Commutative algebra with a view toward algebraic geometry. New York [etc.]: Springer, 0 Gathmann, A., Commutative Algebra. Kaiserslautern: , 2013 Atiyah, Michael Francis; Mac\_Donald, Ian Grant; Maroscia, Paolo, Introduzione all'algebra commutativa M. F. Atiyah e I. G. Macdonald appendice all'edizione italiana di Paolo Maroscia. Milano: Feltrinelli, 1981

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Dispense disponibili alla pagina web <http://www.mathematik.uni-kl.de/agag/mitglieder/professoren/gathmann/notes/commalg/>

## ANALISI ARMONICA

**Titolare:** Prof. MASSIMO LANZA DE CRISTOFORIS

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00

**Prerequisiti:**

Corsi di analisi del biennio e preferibilmente i corsi Analisi Reale Metodi Matematici Analisi Funzionale 1 e le proprietà di base delle funzioni armoniche, che comunque saranno brevemente riviste

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Teoria degli operatori integrali a nucleo debolmente singolare e singolare. Teoria del potenziale. Applicazioni alla risoluzione dei problemi al contorno per funzioni armoniche.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Spiegazioni teoriche con esercizi ed esempi

**Contenuti:**

Preliminari circa gli spazi funzionali Operatori integrali sia a nucleo debolmente singolare che singolare. Applicazioni allo studio dei potenziali Elementi di teoria del potenziale. Applicazioni allo studio dei problemi al contorno per funzioni armoniche

**Modalità di esame:**

Prove parziali ed esame finale orale

**Criteri di valutazione:**

Si valuteranno le conoscenze del candidato su ciascun argomento del programma

**Testi di riferimento:**

, . . . ,

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

I contenuti del corso sono coperti da dispense o riferimenti bibliografici che verranno consigliati

## ANALISI STOCASTICA

**Titolare:** Prof.ssa ALESSANDRA BIANCHI

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+24E; 7,00

**Prerequisiti:**

Calcolo delle Probabilità, analisi di base (calcolo differenziale in  $R^d$ , equazioni differenziali ordinarie), teoria della misura.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Il corso intende fornire una buona conoscenza, sia teorica che pratica, del moto browniano, dell'integrale stocastico e del calcolo di Ito, fino ad arrivare alla definizione e allo studio delle equazioni differenziali stocastiche. Durante il corso verranno mostrate alcune applicazioni e i legami con l'analisi delle equazioni differenziali alle derivate parziali.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni frontali ed esercitazioni.

**Contenuti:**

Motivazioni. Processi stocastici (nozioni di base). Richiami di calcolo delle probabilità: nozioni di convergenza, leggi normali multivariate, speranza condizionale. Moto browniano: costruzione e proprietà fondamentali. Martingale a tempo discreto e continuo. Integrale stocastico: costruzione e proprietà. Calcolo di Itô: formula di Itô, prime applicazioni (ad es. problema di Dirichlet), teorema di Girsanov, rappresentazione di martingale. Equazioni differenziali stocastiche: nozioni di esistenza e unicità, teorema fondamentale di esistenza e unicità, esempi, proprietà di Markov e diffusioni, formula di Feynman-Kac.

**Modalità di esame:**

Esame composto da due prove parziali, una scritta (svolgimento di esercizi), una orale (di carattere teorico).

**Criteri di valutazione:**

Alla valutazione finale concorrono, rispettivamente con percentuale di circa 60% e 40%, la prova scritta e la prova orale. Nella prova scritta è richiesta la soluzione di esercizi, sia di natura teorica che applicativa. Nella prova orale l'enfasi è posta su definizioni, enunciati e dimostrazioni.

**Testi di riferimento:**

Karatzas, Ioannis; Shreve, Steven E., Brownian motion and stochastic calculus. New York [etc.]: Springer, 0 Baldi, Paolo, Equazioni differenziali stocastiche e applicazioni. Bologna: Pitagora, 2000

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Il materiale del corso (lezioni, esercizi e testi dei compiti precedenti) viene caricato sul sito moodle del corso di laurea. Possono essere utili allo studente le note "Analisi Stocastica" redatte dal Professor Francesco Caravenna e reperibili al sito <http://www.matapp.unimib.it/~fcaraven/did0910/mat/dispense-2.1-2pagine.pdf>

## ANALISI SUPERIORE

**Titolare:** Prof. GIOVANNI COLOMBO

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00

**Sede dell'insegnamento:** Torre Archimede

**Aule:** 2BC/45

**Prerequisiti:**

Elementi di analisi reale e funzionale

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Gli studenti saranno guidati in modo graduale nell'acquisizione di alcuni dei principali metodi e idee della moderna analisi non lineare. Questo dovrebbe condurli alla capacità di affrontare con semplicità un largo spettro di argomenti, sia applicativi che teorici.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni frontali ed esercizi. Eventuali approfondimenti personali.

**Contenuti:**

Teoremi di punto fisso di Brouwer e Schauder, con applicazioni. Il teorema della palla pelosa. Differenziale di Gateaux e Fréchet, differenziabilità della norma negli spazi  $L^p$ . Il principio variazionale di Ekeland con alcune applicazioni (Il teorema di punto fisso di Banach, invertibilità locale infinito-dimensionale). Ulteriori applicazioni alle PDE e alla teoria del controllo. Elementi di Analisi Convessa: regolarità delle funzioni convesse, sottodifferenziale e vettori normali, coniugazione convessa, minimizzazione e disequazioni variazionali. Un' introduzione alla Teoria del Controllo. Chiusura dell'insieme delle traiettorie e esistenza di controlli ottimali per problemi di minimo. Separazione di insiemi come concetto base per le condizioni necessarie delle soluzioni di problemi di minimo vincolato. L'associato problema della non-trasversalità dei coni approssimanti. Equazioni differenziali ordinarie e trasporto di vettori e co-vettori. Condizioni necessarie per problemi di Controllo Ottimale. Il principio del Massimo di Pontryagin. Sistemi di controllo come famiglie di equazioni differenziali ordinarie. Controllabilità e Teorema di Rashewskii-Chow (cenni).

**Modalità di esame:**

Un esame orale sui principali argomenti del corso, che potrebbe includere lo svolgimento di qualche semplice esercizio.

**Criteri di valutazione:**

Sarà valutata la buona comprensione degli argomenti, dei risultati e delle principali idee presentate nel corso. Anche l'approfondimento di un particolare argomento o applicazione potrà essere oggetto di giudizio.

**Testi di riferimento:**

Ekeland, Temam, Convex analysis and variational problems (Classics in Applied Mathematics).. : , Bressan, Piccoli, Introduction to the Mathematical Theory of Control (AIMS on Applied Mathematics). : American Institute on Applied Mathematics,

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Tutte le lezioni saranno svolte usando un tablet, proiettato su schermo, come lavagna. Le lezioni saranno poi messe a disposizione degli studenti, in formato pdf, entro 24 ore dal loro svolgimento. Nella seconda parte del corso (teoria del controllo), saranno anche messe in rete delle dispense a cura del docente.

## ANELLI E MODULI

**Titolare:** Prof.ssa SILVANA BAZZONI

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00

**Prerequisiti:**

Contenuto dei corsi di Algebra della laurea triennale e nozioni di base di teoria dei moduli su anelli arbitrari.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Scopo del corso e' di apprendere le nozioni di base in teoria delle categorie e le relative costruzioni principali. Introdurre le tecniche e gli strumenti dell'algebra omologica e loro applicazioni alla teoria della dimensione.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Verranno distribuite liste di esercizi da risolvere per verificare e approfondire l'apprendimento delle nozioni impartite. Verranno distribuite quotidianamente le note delle lezioni impartite.

**Contenuti:**

Categorie additive e abeliane. Categorie di funtori. Teorema di immersione di Freyd-Mitchell. Pullback e pushout. Limiti e colimiti. Funtori aggiunti. Categorie di complessi di catene e categoria omotopica. Teorema fondamentale di omologia. Funtori derivati destri e sinistri. I funtori Tor, piatezza e purita'. I funtori Ext e le estensioni di Yoneda. Dimensioni piate, proiettive e iniettive di moduli su anelli e loro caratterizzazioni in termini dei funtori derivati. Applicazioni alla dimensione globale di anelli e Teorema delle sizigie di Hilbert.

**Modalità di esame:**

Esame scritto consistente nel rispondere a domande di teoria e nella risoluzione di esercizi. Discussione dell'elaborato ed eventuale orale.

**Criteri di valutazione:**

Verifica sulla apprendimento delle nozione insegnate e sull'abilita' della rispettiva applicazione.

**Testi di riferimento:**

B.B Stentrom, Rings of quotients. : Grundlehren der Math., 217, Springer-Verlag, 1975 C.A. Weibel, An Introduction to Homological Algebra. : Cambridge studies in Ad. Math., 38, 1994 J. Rotman, An introduction to Homological Algebra. New York: Universitext Springer, 2009

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Note delle lezioni impartite, svolgimento degli esercizi proposti. Consultazione dei testi di riferimento.

## CALCOLO DELLE VARIAZIONI

**Titolare:** Prof. ROBERTO MONTI

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00

**Prerequisiti:**

E' indispensabile aver seguito i corsi di analisi 1, analisi 2 e analisi reale. E' utile aver seguito i corsi di Analisi Funzionale, Teoria delle Funzioni ed Introduzione alle Equazioni alle Derivate Parziali.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Apprendimento delle idee classiche e moderne del calcolo delle variazioni. Acquisizione di alcune tecniche ed idee fondamentali nella ricerca attuale in calcolo delle variazioni e teoria geometrica della misura.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni alla lavagna

**Contenuti:**

Approccio classico Metodi semiclassici Funzionali negli spazi di Sobolev Elementi di GMT Superfici minime e problema di Plateau Gamma-convergenza Trasporto ottimo Teoria delle correnti Riarrangiamenti Teorema isoperimetrico ed applicazioni Cenni sulla regolarita' delle superfici minime

**Modalità di esame:**

Risoluzione di fogli di esercizi bi-settimanali (homeworks). Esame orale finale facoltativo.

**Criteri di valutazione:**

Il docente verificherà la preparazione dello studente sugli argomenti principali del corso valutando il rigore, la chiarezza ed il senso critico.

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Il materiale di studio verrà comunicato durante il corso e reso disponibile on-line

**CRITTOGRAFIA**

**Titolare:** Prof. ALESSANDRO LANGUASCO

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 40A+8E; 6,00

**Prerequisiti:**

Gli argomenti dei corsi di Algebra (congruenze, gruppi e gruppi ciclici, campi finiti), Analisi I (calcolo differenziale ed integrale, serie numeriche) del corso di studi in Matematica.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Lo scopo del corso e' quello di offrire una panoramica delle basi teoriche necessarie per permettere uno studio critico dei protocolli crittografici usati oggi in molte applicazioni (autenticazione, commercio digitale). Nella prima parte verranno esposti gli strumenti matematici di base (essenzialmente dalla teoria elementare ed analitica dei numeri) necessari per comprendere il funzionamento dei moderni metodi a chiave pubblica. Nella seconda parte vedremo come applicare queste conoscenze per studiare in modo critico alcuni protocolli crittografici.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezione frontale.

**Contenuti:**

First Part: Basic theoretical facts: Modular arithmetic. Prime numbers. Little Fermat theorem. Chinese remainder theorem. Finite fields: order of an element and primitive roots. Pseudoprimality tests. Agrawal-Kayal-Saxena's test. RSA method: first description, attacks. Rabin's method and its connection with the integer factorization. Discrete logarithm methods. How to compute the discrete log in a finite field. Elementary factorization methods. Some remarks on Pomerance's quadratic sieve. Second Part: Protocols and algorithms. Fundamental crypto algorithms. Symmetric methods (historical ones, DES, AES) . Asymmetric methods. Attacks. Digital signature. Pseudorandom generators (remarks). Key exchange, Key exchange in three steps, secret splitting, secret sharing, secret broadcasting, timestamping. Signatures with RSA and discrete log.

**Modalità di esame:**

Esame scritto

**Criteri di valutazione:**

Durante la prova scritta lo studente dovrà rispondere ad alcune domande relative al programma svolto dimostrando di aver compreso gli argomenti del corso. Il massimo dei voti (30/30) verrà assegnato in presenza di un compito privo di errori. Il docente si riserva di fare alcune domande orali nel caso in cui sia necessario investigare ulteriormente la preparazione del candidato.

**Testi di riferimento:**

A. Languasco e A. Zaccagnini, Manuale di Crittografia. Milano: Hoepli, 2015 Koblitz, Neal, A course in number theory and cryptography. New York: Springer, 1987

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Utilizzeremo i seguenti testi: 1) A.Languasco, A.Zaccagnini - Manuale di Crittografia - Hoepli Editore, 2015. (italian). 2) N.Koblitz - A Course in Number Theory and Cryptography, Springer, 1994. 3) R.Crandall, C.Pomerance - Prime numbers: A computational perspective - Springer, 2005. 4) B. Schneier - Applied Cryptography - Wiley, 1994

**EQUAZIONI DIFFERENZIALI**

**Titolare:** Prof. MARTINO BARDI

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00

**Sede dell'insegnamento:** Torre Archimede, via Trieste 63

**Aule:** aula 2AB45

**Prerequisiti:**

Calcolo differenziale e integrale in più variabili; teoria di base sulle equazioni differenziali ordinarie; alcuni risultati classici di analisi funzionale.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Il corso ha come primo scopo di portare lo studente ad acquisire familiarità e padronanza con metodi di analisi e soluzione di equazioni alle derivate parziali non lineari di tipo Hamilton-Jacobi. Inoltre si intende sviluppare la capacità di applicare tali equazioni a problemi di controllo ottimo di sistemi dinamici anche con più agenti, mediante un'introduzione alla teoria elementare dei giochi e poi a quella dei giochi differenziali, anche a campo medio.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni frontali. Viene utilizzato un tablet e le lezioni vengono messe a disposizione degli studenti alla fine di ogni settimana sotto forma di file PDF scaricabile dal sito del docente. Vengono proposti esercizi la cui soluzione può far parte degli argomenti d'esame.

**Contenuti:**

1a parte: - Equazioni di Hamilton-Jacobi: modelli e motivazioni. - Il metodo delle caratteristiche. - Collegamenti con la meccanica analitica e il calcolo delle variazioni; formule di Hopf-Lax. - Introduzione alle soluzioni di viscosità: buona posizione dei problemi di Dirichlet e di Cauchy. - Introduzione alla teoria del

controllo ottimo: programmazione dinamica ed equazioni di Bellman, sintesi di feedback ottimali. 2a parte: - Giochi a somma nulla e matriciali: il teorema min-max e le sue conseguenze. - Giochi a N persone: equilibri di Nash. - Giochi differenziali a 2 persone: teoremi di verifica e equilibri di Nash in forma feedback. - Giochi differenziali a somma nulla: strategie causali e la definizione di valore; Programmazione dinamica ed equazione di H-J-Isaacs; esistenza del valore. - Giochi a campo medio deterministici: motivazioni della teoria, derivazione del sistema di equazioni a derivate parziali; unicità della soluzione; alcuni risultati di esistenza, con esempi.

#### Modalità di esame:

Prova orale o sul programma svolto, comprensivo degli esercizi proposti, o, a scelta dello studente, su un approfondimento di un argomento collegato a quelli del corso.

#### Criteri di valutazione:

La valutazione della preparazione dello studente si baserà sulla comprensione e padronanza dei concetti e dei risultati proposti a lezione e sulla capacità di utilizzarli in modo autonomo e consapevole anche in problemi connessi ai temi del corso ma non svolti a lezione.

#### Testi di riferimento:

P. Cardaliaguet, Notes on Mean Field Games. : , 2010 L.C. Evans, Partial Differential Equations. Providence: A.M.S., 1998 E.N. Barron, Game theory. Hoboken: Wiley, 2008 M. Bardi, Appunti del corso di Equazioni Differenziali. : , 2018 M. Bardi, I. Capuzzo-Dolcetta, Optimal control and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations. Boston: Birkhauser, 1997

#### Eventuali indicazioni sui materiali di studio:

Vengono indicati tre testi di riferimento e una dispensa del docente sulla seconda metà del corso.

## FISICA MODERNA

**Titolare:** Dott. DANIELE BERTACCA

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 56A+8E; 8,00

#### Prerequisiti:

Conoscere i fondamenti di Fisica Classica relativi agli ambiti di Meccanica, Fisica Matematica, Elettromagnetismo e Termodinamica.

#### Conoscenze e abilità da acquisire:

Il corso ha come obiettivo l'apprendimento delle idee fondamentali alla base dello sviluppo della fisica moderna (anche in relazione alla loro evoluzione storica). Alla fine del corso lo studente dovrà conoscere le idee fondamentali, in particolare della relatività e della fisica quantistica e gli esperimenti (trattati a lezione) che hanno portato allo sviluppo della Fisica Moderna. Dovrà inoltre aver appreso i modelli teorici di base e dovrà saperli applicare per interpretare fenomeni a livello microscopico e in contesti astrofisici o di alte energie.

#### Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:

La metodologia di insegnamento prevede lezioni frontali, lavori di gruppo per approfondire alcuni temi del corso.

#### Contenuti:

FISICA MODERNA Prima parte: Introduzione alla Meccanica quantistica Docente: Daniele Bertacca Particelle e onde classiche e la crisi di inizio '900. Effetto fotoelettrico e fotoni. Effetto Compton. Ipotesi di de Broglie e esperimento di Davisson e Germer. Esperimento delle due fenditure per particelle e onde classiche e per particelle quantistiche. Le idee base: funzione d'onda, interpretazione probabilistica e principio di indeterminazione di Heisenberg. Radici storiche della meccanica quantistica. Corpo nero e ipotesi di Planck. Radiazione cosmica di fondo. Modello atomico di Thompson e esperimento di Rutherford. Spettroscopia dell'idrogeno e modello di Bohr. Equazione di Schroedinger. Cenni alla struttura matematica della meccanica quantistica: operatori e autovalori. Tipi di misure in meccanica quantistica. Effetto tunnel e radioattività. Quantizzazione dell'energia in esempi di buche di potenziale. Quantizzazione del momento angolare, stabilità della materia. Spin. Particelle quantistiche identiche. Principio di esclusione di Pauli e impenetrabilità della materia. Tavola periodica. Cenni alle statistiche quantistiche (Fermi-Dirac e Bose-Einstein) e alle proprietà di entanglement quantistico. Seconda parte: Introduzione alla Relatività Docente: Daniele Bertacca Relatività galileiana. Trasformazioni di Galileo. Elettromagnetismo e relatività galileiana. Aberrazione. Esperimento di Michelson-Morley. Primi tentativi di risoluzione e la soluzione definitiva. I postulati della teoria della relatività speciale. Osservatori e misure di spazio e tempo. Relatività della simultaneità. Trasformazioni di Lorentz. Diagrammi di Minkowski. Invarianza dell'intervallo spazio-temporale. Contrazione delle lunghezze. Dilatazione dei tempi e verifica sperimentale. Tempo proprio e paradosso dei gemelli. Coni luce e causalità. Composizione delle velocità e aberrazione. Gruppo di Lorentz. Grandezze covarianti e controvarianti. Tensori quadridimensionali. Quadrivelocità, quadrimomento, quadriforza. Energia cinetica e equivalenza massa energia. Relazione tra momento ed energia. Particelle di massa nulla. Decadimenti. Descrizione generale degli urti: urti elastici ed anelastici (cenni). Urti elastici. Tensore elettromagnetico. Equazioni di Maxwell in forma covariante. Trasformazioni dei campi elettromagnetici. Invarianti elettromagnetici. Particella carica in un campo elettrico e/o magnetico costanti. Quadricorrente e sua equazione di continuità per particelle puntiformi. Conservazione della carica e sua natura scalare. Effetto Doppler. Principio di relatività generale. Sistemi non-inerziali e geometria non-euclidea. Principio di equivalenza. Cenni al calcolo tensoriale in una varietà Riemanniana: connessione affine, derivata covariante, simboli di Christoffel, equazione della geodetica, identità di Bianchi. Equazioni di Einstein. Conservazione covariante del tensore dinamico energia-impulso. Equazione di deviazione geodetica e tensore di curvatura di Riemann Limite Newtoniano e approssimazione di campo debole (cenni). Onde gravitazionali (cenni). Soluzione esatta a simmetria sferica per le equazioni di Einstein nel vuoto: metrica di Schwarzschild (cenni). Cenni di cosmologia relativistica.

#### Modalità di esame:

Per la parte "Introduzione alla Relatività": Prova orale Per la parte "Introduzione alla Meccanica quantistica": Prova Orale

#### Criteri di valutazione:

Il candidato dovrà dimostrare di conoscere gli argomenti di fisica moderna trattati nel corso e di saperli applicare per interpretare fenomeni a livello microscopico e in ambito astrofisico o delle alte energie. Sarà valutato positivamente la padronanza dei modelli teorici, la capacità di utilizzarli per risolvere esercizi, la conoscenza della loro evoluzione storica, la capacità di valutare in quali ambiti e sotto quali condizioni i modelli e le teorie di fisica classica non sono applicabili e la capacità espositiva.

#### Testi di riferimento:

M. Gasperini, Manuale di Relatività Ristretta. : Springer-Verlag Italia, 2010 Sean M. Carroll, Spacetime and geometry: An introduction to general relativity Gravitation and Cosmology. San Francisco, USA: Addison-Wesley, 2004 R. d'Inverno, Introducing Einstein's relativity Astrophysics Gravitation and Cosmology. Clarendon, UK: Oxford, 1992 F. de Felice and C. J. S. Clarke, Relativity on Curved Manifolds. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1990 S. Weinberg, Gravitation and Cosmology. : John Wiley and Sons, 1972 Landau and Lifshitz, The Classical Theory of Fields. : Butterworth-Heinemann, 1980 M. Gasperini, Relatività Generale e Teoria della Gravitazione. : Springer Verlag Italia, 2015 B. Schultz, A First Course in General

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Durante il corso saranno forniti appunti del corso, testi scritti o link per approfondire alcuni degli argomenti trattati. La bibliografia di riferimento è da considerarsi di consultazione e saranno indicati durante il corso le parti di interesse in relazione agli argomenti trattati.

**FUNZIONI DI PIU' VARIABILI COMPLESSE**

**Titolare:** Dott. LUCA BARACCO

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00

**Prerequisiti:**

Calcolo differenziale ed integrale in piu variabili.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Conoscenza delle principali proprietà delle funzioni oloomorfe in piu variabili e delle tecniche per il loro studio e l'apprendimento degli invarianti preservati da tali funzioni.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

lezioni frontali ed esercitazioni

**Contenuti:**

1. Differenziali reali/complessi 2. Formula di Cauchy nel polidisco 3. Funzioni subarmoniche 4. Analiticità separata 5. Funzioni analitiche e serie convergenti 6. Forma di Levi, Teorema di estensione di H.Lewy 7. Superarmonicità? logaritmica, Principio di continuità?, Propagazione di estensione oloomorfa 8. Domini di olo morfia e domini pseudoconvessi 9. Stime L2 nel problema Neumann

**Modalità di esame:**

Esame orale

**Criteri di valutazione:**

Conoscenza del materiale esposto a lezione.

**Testi di riferimento:**

Giuseppe Zampieri, Complex analysis and CR Geometry. : American Math. Soc., 2008

**GEOMETRIA ALGEBRICA 1**

**Titolare:** Prof.ssa ORSOLA TOMMASI

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00

**Prerequisiti:**

Molti dei risultati si basano su risultati di algebra commutativa, per cui è opportuno di aver seguito almeno la prima metà del corso di algebra commutativa.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Conoscenza dei concetti e delle tecniche di base della geometria algebrica. Capacità di porre in relazione le diverse proprietà delle varietà algebriche e i risultati teorici a riguardo. Capacità di risolvere problemi ed esercizi di geometria algebrica.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni frontali. Fogli di esercizi settimanali, discussi successivamente durante le ore di lezione.

**Contenuti:**

Questo corso fornisce una prima introduzione alla geometria algebrica, partendo dalle nozioni di base ma introducendo anche metodi più avanzati come lo studio di schemi e fasci. Programma: Varietà affini Topologia di Zariski Fascio delle funzioni regolari Morfismi tra varietà Varietà proiettive Dimensione delle varietà Introduzione agli schemi

**Modalità di esame:**

Esame scritto, eventualmente tenendo conto dei risultati degli esercizi svolti a casa.

**Criteri di valutazione:**

Comprensione delle tecniche e i concetti di base di geometria algebrica. Capacità di applicare i risultati teorici sulle varietà algebriche e le loro proprietà in esempi specifici come per esempio nella risoluzione di esercizi. Capacità di risolvere problemi di geometria algebrica.

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Il corso segue le dispense del corso di Andreas Gathmann alla TU Kaiserslautern, disponibili online all'indirizzo <https://www.mathematik.uni-kl.de/~gathmann/de/algeom.php> Sono inoltre disponibili fogli di esercizi sulla pagina Moodle del corso, con cadenza settimanale. Bibliografia aggiuntiva: I. R. Shafarevich, Basic algebraic geometry. 1. Varieties in projective space. Second edition. Translated from the 1988 Russian edition and with notes by Miles Reid. Springer-Verlag, Berlin, 1994. xx+303 pp. ISBN: 3-540-54812-2 I. R. Shafarevich, Basic algebraic geometry. 2. Schemes and complex

## GEOMETRIA ALGEBRICA 2

**Titolare:** Prof.ssa CARLA NOVELLI

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00

**Prerequisiti:**

Basi di topologia e algebra commutativa.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Buona conoscenza degli oggetti algebrici usati in Geometria Birazionale.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni e esercizi proposti.

**Contenuti:**

Introduzione a varietà affini e proiettive. Morfismi, mappe razionali e mappe birazionali. Singolarità e risoluzione di singolarità. Scoppiamenti. Introduzione a fasci e coomologia. Curve razionali e divisori su varietà. Ampiezza e coni di curve. Raggi estremali e contrazioni estremali. Superficie: Teorema del Cono, classificazione birazionale e Programma dei Modelli Minimali. Varietà di dimensione alta: Teorema del Cono, Teorema di Contrazione, Raggi Estremali, contrazioni associate a raggi estremali, introduzione al Programma dei Modelli Minimali e Modelli Minimali.

**Modalità di esame:**

Seminario.

**Criteri di valutazione:**

La valutazione della preparazione dello studente sia baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

**Testi di riferimento:**

Olivier Debarre, Higher-Dimensional Algebraic Geometry. New York: Universitext, Springer-Verlag, 2001 Arnaud Beauville, Complex Algebraic Surfaces (Second Edition). London Mathematical Society.: Cambridge: Cambridge University Press, 1996 Ja'nos Kolla'r & Shigefumi Mori, Birational Geometry of Algebraic Varieties. Cambridge: Cambridge University Press, 1998 Kenji Matsuki, Introduction to the Mori Program. New York: Universitext, Springer-Verlag, 2002

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Ulteriori materiali di studio saranno disponibili nella pagina moodle del corso.

## GEOMETRIA DIFFERENZIALE

**Titolare:** Prof. FRANCESCO BOTTACIN

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00

**Prerequisiti:**

Il corso richiede conoscenze di algebra lineare (spazi vettoriali, funzioni lineari, matrici, forme bilineari e, più in generale, forme multilineari) e di analisi matematica (calcolo differenziale e calcolo integrale per funzioni di una o più variabili). E' anche richiesta la conoscenza di alcune nozioni di topologia elementare (insiemi aperti, chiusi, connessi, compatti e loro principali proprietà).

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Al termine del corso si richiede che lo studente abbia acquisito familiarità con la nozione di varietà differenziabile e abbia raggiunto una buona padronanza, sia a livello teorico che pratico, del calcolo differenziale e integrale sulle varietà differenziabili. Si richiede che lo studente sia in grado di dimostrare i principali risultati studiati e che sia anche in grado di applicare tali risultati alla risoluzione di problemi concreti.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Le attività didattiche prevedono ore di lezioni frontali in aula. Le lezioni vengono effettuate mediante l'utilizzo di un tablet pc collegato a un proiettore. Gli appunti delle lezioni (in formato pdf) vengono preventivamente caricati sulla piattaforma Moodle e resi disponibili agli studenti prima delle lezioni stesse. Un ulteriore supporto allo studio individuale è dato dalla presenza, in un apposito canale YouTube ( <https://www.youtube.com/channel/UC09W0PH3jmNzMjNu12UPXwQ> ) di tutti i video delle lezioni svolte in aula.

**Contenuti:**

Varietà differenziabili, sottovarietà immerse e sottovarietà embedded, morfismi tra varietà. Lo spazio tangente a una varietà in un suo punto, vettori tangenti e derivazioni. Fibrati vettoriali: il fibrato tangente, il fibrato cotangente, fibrati tensoriali. Distribuzioni, distribuzioni involutive, distribuzioni integrabili, il teorema di Frobenius. Connessioni su fibrati vettoriali, connessioni lineari. Curvatura di una connessione. Metriche su una varietà differenziabile: varietà Riemanniane e varietà pseudo-Riemanniane. Connessioni lineari compatibili con la matrice, la connessione di Levi-Civita. Il tensore di curvatura di Riemann. Forme differenziali su una varietà differenziabile, l'algebra esterna. Varietà orientabili e varietà con bordo. Integrazione di forme differenziali. Il teorema di Stokes.

**Modalità di esame:**

La verifica delle conoscenze e delle abilità attese viene effettuata con una prova d'esame strutturata in una prova scritta seguita da una prova orale. Nella prova scritta viene richiesto allo studente di risolvere alcuni esercizi, i quali sono formulati in modo da permettere di verificare se lo studente è in grado di applicare le conoscenze teoriche acquisite alla risoluzione di problemi concreti. Lo studente che ottiene una valutazione sufficiente nella prova scritta è

ammesso alla prova orale. Durante la prova orale viene chiesto allo studente di esporre, in modo dettagliato, un argomento di sua scelta (solitamente tale argomento viene previamente concordato con il docente). Al termine di questa esposizione allo studente vengono rivolte alcune domande al fine di verificare il grado di conoscenza dei vari argomenti trattati nel corso. Il voto finale viene formulato dal docente tenendo conto sia del voto ottenuto dallo studente nella prova scritta, sia dell'esito della prova orale.

**Criteri di valutazione:**

I criteri di valutazione con cui verrà effettuata la verifica delle conoscenze e delle abilità acquisite sono: 1. Completezza delle conoscenze acquisite; 2. Capacità di esporre le conoscenze acquisite in modo chiaro, usando un linguaggio appropriato; 3. Capacità di applicare le conoscenze acquisite alla risoluzione di problemi concreti.

**Testi di riferimento:**

Abate, Marco; Tovena, Francesca, Geometria Differenziale. Milano: Springer, 2011 Lee, John M., Introduction to smooth manifolds. New York: Springer, 2012

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Tutto il materiale didattico presentato durante le lezioni è reso disponibile sulla piattaforma Moodle. Ulteriore materiale è reperibile consultando la pagina web <http://www.math.unipd.it/~bottacin/geomdiff.htm>

## INTRODUZIONE AI PROCESSI STOCASTICI

**Titolare:** Prof. MARCO FORMENTIN

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Scienze Statistiche

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 64A; 8,00

**Sede dell'insegnamento:** Statistica

**Prerequisiti:**

Un corso base di Calcolo delle Probabilità

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Conoscenza approfondita di modelli Markoviani a tempo discreto e tempo continuo, con capacità di risolvere autonomamente esercizi e problemi anche di livello avanzato.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

64 ore di lezioni frontali (34 teoria e 30 esercitazioni)

**Contenuti:**

Definizione di processo stocastico. Probabilità condizionata e valore atteso condizionato. Indipendenza condizionata. Catene di Markov a tempo discreto: definizione. Matrice di transizione, leggi congiunte e proprietà di Markov. Random Walk e sue proprietà. Tempi di arresto e proprietà di Markov forte. Probabilità e tempo medio di assorbimento. Classificazione degli stati. Distribuzioni invarianti. Teorema di Markov. Periodicità. Teorema ergodico. Campi di Gibbs e simulazioni Monte Carlo. Introduzione alle Grandi deviazioni. Processo di Poisson: costruzione del processo e definizioni equivalenti. Principali proprietà ed alcune importanti applicazioni. Catene di Markov a tempo continuo: definizione. Matrice generatrice. Principali proprietà, classificazione degli stati, probabilità e tempo medio di assorbimento, distribuzioni invarianti. Teorema ergodico. Applicazioni: Processi di nascita e morte. Teoria delle code.

**Modalità di esame:**

Esame scritto con esercizi simili a quelli svolti in classe. Potranno essere richieste enunciati e dimostrazioni di teoremi.

**Criteri di valutazione:**

Lo studente dovrà dimostrare di saper acquisito le conoscenze teoriche sui processi di Markov viste nel corso e di saperle applicare correttamente in esercizi sui processi stocastici di congrua difficoltà.

**Testi di riferimento:**

Pierre Bremaud, Markov Chains, Gibbs Fields, Monte Carlo Simulation and queues. : Springer, 1998 Frank den Hollander, Large deviations. : , 2000 Paolo Dai Pra, Francesco Caravenna, Probabilità. Un'introduzione attraverso modelli e applicazioni. : Springer Verlag, 2013

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Tutti gli argomenti d'esame vengono illustrati a lezione. Materiale addizionale (esercizi, appunti del docente) saranno disponibile su moodle.

## INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEGLI ANELLI

**Titolare:** Prof. ALBERTO FACCHINI

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00

**Sede dell'insegnamento:** Torre Archimede

**Prerequisiti:**

Corsi di "Algebra 1" e "Algebra 2".

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Questo e' un primo corso su anelli non commutative e moduli su anelli non commutativi.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

**Contenuti:**

Anelli. Categorie, funtori. Moduli e loro omomorfismi, bimoduli, sottomoduli e quozienti. Trasformazioni naturali. Insiemi di generatori, sottomoduli massimali, moduli liberi e anelli IBN, sequenze esatte, moduli proiettivi, prodotto tensoriale di moduli, moduli proiettivi su  $Z$ . Sottocategorie. Moduli semplici, semisemplici, noetheriani, artiniani, di lunghezza di composizione finita. Anelli artiniani semisemplici, anelli artiniani, il radicale di Jacobson, anelli locali, moduli iniettivi, ricoprimenti proiettivi, involucri iniettivi.

**Modalità di esame:**

Esame orale e/o valutazione degli esercizi svolti durante il corso.

**Criteri di valutazione:**

Correttezza delle risposte e delle soluzioni.

**Testi di riferimento:**

Alberto Facchini, Introduction to Ring and Module Theory. Padova: Libreria Progetto, 2019

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Le dispense del corso di Introduzione alla teoria degli anelli sono disponibili presso la Libreria Progetto, Via Marzolo 24, Padova. Il titolo è "Introduction to ring and module theory", last edition, 2019.

**INTRODUZIONE ALLA TEORIA DEI GRUPPI**

**Titolare:** Prof. ANDREA LUCCHINI

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00

**Prerequisiti:**

Conoscenze di base di algebra (quelle fornite dai corsi del primo e secondo anno)

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Il corso intende fornire una introduzione generale alla teoria dei gruppi, descrivendo i risultati e le metodologie piu' importanti e applicare successivamente queste conoscenze all'approfondimento di alcune tematiche in particolare (ad esempio lo studio dei gruppi profiniti).

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

**Contenuti:**

Introduzione generale alla teoria dei gruppi: azioni di gruppo, gruppi risolubili e nilpotenti, gruppi finitamente presentati. Cenni sulla classificazione dei gruppi semplici. Gruppi topologici e gruppi profiniti (caratterizzazioni, completamenti profiniti, gruppi profiniti a base numerabile, condizioni aritmetiche sui gruppi profiniti, sottogruppi di indice finito, gruppi di Galois di estensioni infinite). Metodi probabilistici in teoria dei gruppi.

**Modalità di esame:**

Esame orale. Al candidato sara' chiesto di presentare gli argomenti piu' importanti svolti durante il corso e di risolvere esercizi su queste tematiche.

**Criteri di valutazione:**

Verifica sulla apprendimento delle nozione insegnate e sull'abilita' della rispettiva applicazione

**Testi di riferimento:**

I.M. Isaacs, Finite group theory. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2008 J. Wilson, Profinite groups. Oxford: Clarendon Press, 1998

**INTRODUZIONE ALLE EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI**

**Titolare:** Prof. FRANCESCO ROSSI

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00

**Prerequisiti:**

Calcolo integrale e differenziale. Teoria elementare delle equazioni differenziali ordinarie. Nozioni di base di analisi complessa (funzioni di variabile complessa, funzioni olomorfe e analitiche).

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Nozioni basilari di teoria delle equazioni differenziali alle derivate parziali lineari. Corso di base, consigliato sia agli studenti con interessi di matematica pura che applicata, ed in particolare agli studenti con un curriculum di Analisi.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

La metodologia d'insegnamento utilizzata sarà la lezione frontale.

**Contenuti:**

Piano didattico: - Equazioni del primo ordine: equazioni di trasporto a coefficienti costanti, leggi di conservazione (soluzioni classiche e deboli, condizioni di Rankine-Hugoniot, problema di Riemann). - Equazione delle onde: esistenza della soluzione, formula di D'Alembert, metodo delle medie sferiche, principio di Duhamel, unicità, velocità finita di propagazione. - Equazione di Laplace, soluzione fondamentale, funzioni armoniche e principali proprietà, formule del valor medio, Teorema di Liouville, disuguaglianza di Harnack, principio del massimo. Equazione di Poisson. Funzione di Green e formula di Poisson di rappresentazione delle soluzioni. Cenni della teoria delle distribuzioni. Soluzioni deboli dell'equazione di Laplace su domini limitati sono funzioni armoniche. - Equazione del calore, soluzione fondamentale, esistenza delle soluzioni per il problema di Cauchy e formula di rappresentazione. Unicità e stabilità delle soluzioni. Formule del valor medio, principio del massimo, principio del massimo di Hopf.

**Modalità di esame:**

L'esame consiste di una prova orale. La prova verte sul programma svolto a lezione e consiste sia di domande teoriche che della risoluzione di qualche esercizio.

**Criteri di valutazione:**

I criteri adottati saranno i seguenti: -chiarezza e rigore dell'esposizione di enunciati e teoremi -completezza ed aderenza agli argomenti della trattazione -capacità di utilizzare le conoscenze acquisite per risolvere esercizi e problemi.

**Testi di riferimento:**

L.C. Evans, Partial Differential Equations, 2nd edition. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2010 W. A. Strauss, Partial Differential Equations. An Introduction. New York: Wiley, 1992 Salsa, Sandro, Partial differential equations in action from modelling to theory Sandro Salsa. Cham [etc.]: Springer, 2015

**LOGICA MATEMATICA 2**

**Titolare:** Dott. SAMUELE MASCHIO

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00

**Prerequisiti:**

Preferibilmente alcuni concetti di base di logica e fondamenti della matematica.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Lo scopo del corso è quello di fornire alcuni strumenti fondamentali di logica matematica quali la realizzabilità e il forcing, attraverso l'approccio della logica categoriale. Lo studente inoltre acquisirà alcune nozioni fondamentali sulla teoria della computabilità e sulle algebre di Heyting e di Boole.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni frontali ed esercitazioni.

**Contenuti:**

1. Teoria delle categorie di base. 2. Algebre di Heyting e di Boole. 3. La logica categoriale. 4. Aritmetica di Peano e di Heyting. Funzioni ricorsive. Algebre combinatorie parziali. Realizzabilità di Kleene per HA e per IZF. 5. Modelli a valori Booleani in particolare per la teoria degli insiemi. L'indipendenza di CH da ZFC.

**Modalità di esame:**

Prova orale.

**Criteri di valutazione:**

Verrà valutata la conoscenza dei contenuti del corso e la capacità di elaborarli.

**Testi di riferimento:**

Cutland, Nigel, Computability: an introduction to recursive function theory. : Cambridge University Press, 1980 van Oosten, Jaap, Realizability: an introduction to its categorical side. : Elsevier, 2008 Bell, John Lane, Boolean-valued models and independence proofs in set theory. : Oxford: Clarendon Press, 1977

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Dispense del docente e testi consigliati.

**MATEMATICHE COMPLEMENTARI**

**Titolare:** Prof. FRANCESCO CIRAULO

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00

**Prerequisiti:**

Nozioni di base di geometria euclidea, algebra lineare, teoria dei gruppi.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

L'obiettivo generale del corso è di fornire conoscenze di geometria euclidea "avanzata". In particolare lo studente: - approfondirà lo studio della moderna geometria del triangolo toccando scoperte che vanno dal XVIII secolo ad oggi; - prenderà coscienza dello sviluppo storico della disciplina, anche in vista di

una possibile trasposizione didattica; - padroneggerà l'approccio sintetico alla geometria e sarà in grado di utilizzare le trasformazioni geometriche, in particolare le omotetie; - rifletterà sulle indicazioni ministeriali per la scuola secondaria in riferimento ai contenuti svolti nel corso; - acquisirà abilità di base nell'uso di software per la geometria dinamica, comprese le loro principali funzionalità 3D, anche in vista di un possibile utilizzo didattico.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni frontali ed esercitazioni con la partecipazione degli studenti. Alcune lezioni prevederanno l'uso di un software di geometria dinamica.

**Contenuti:**

Trasformazioni del piano, isometrie, similitudini. Cenni all'inversione circolare e alle isometrie dello spazio. Triangoli e loro punti notevoli. Retta di Eulero. Triangolo mediale e triangolo ortico. Cerchio dei nove punti. Cerchi tritangenti. Teorema di Feuerbach. Potenza di un punto rispetto ad un cerchio. Teorema di Eulero. Teorema delle bisettrici. Cerchio di Apollonio. Teoremi di Ceva e Menelao. Teoremi di Pappo, Pascal, Brianchon, Desargues. Alcune relazioni metriche e trigonometriche reattive ad un triangolo. Punti di Fermat, triangolo di Napoleone. Triangolo di Morley. Coniche come involuppo (cenni). Quadrangoli ciclici. Teorema di Tolomeo. Birapporti. Costruzioni del quarto armonico. Geometria piegando la carta (cenni). I solidi platonici e le loro simmetrie (via software geometrico).

**Modalità di esame:**

Prova orale accompagnata dalla presentazione di un progetto sviluppato in ambiente di geometria dinamica.

**Criteri di valutazione:**

Verrà valutata la correttezza formale nella dimostrazione dei teoremi affrontati nel corso, la capacità di applicare le conoscenze acquisite alla risoluzione di esercizi e problemi, l'abilità nell'uso dei software di geometria dinamica.

**Testi di riferimento:**

Scimemi, Benedetto, Geometria sinteticatrasformazioni triangoli conicheBenedetto Scimemi. Padova: CLEUP, 2012

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Oltre al testo di riferimento indicato, si consigliano i seguenti testi di approfondimento. - Coxeter and Greitzer, Geometry revisited, The Mathematical Association of America, 1967. - Dedò, Trasformazioni geometriche, Decibel-Zanichelli, 1996. - Posamentier, Advanced Euclidean Geometry, John Wiley & Sons, 2002.

## MATEMATICHE ELEMENTARI PVS

**Titolare:** Prof. LUIGI TOMASI

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00

**Prerequisiti:**

I prerequisiti matematici sono quelli coperti dai corsi di base della laurea triennale in matematica, in particolare di algebra, geometria, analisi matematica, calcolo delle probabilità.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

-Sviluppare una visione critica e approfondita dei temi specifici della Matematica della scuola secondaria (Aritmetica, Algebra, Geometria, Analisi, Calcolo delle probabilità,...) da un punto di vista epistemologico, storico e didattico. -Conoscere gli obiettivi fissati dalle Indicazioni nazionali e Linee guida per la matematica nella scuola secondaria. -Conoscere e sapere usare, precisandone potenzialità e limiti, le tecnologie (in particolare il software didattico) per l'insegnamento della Matematica. -Sapere esporre e collegare in modo critico quanto è stato appreso nel corso.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

-Lezioni frontali -Lezioni dialogate e discussioni guidate -Relazioni scritte degli studenti di approfondimento su temi specifici (assegnati dal docente) - Esercitazioni al computer con software per l'insegnamento della matematica (e.g. GeoGebra)

**Contenuti:**

Nel corso si discuteranno, da un punto di vista storico, epistemologico e didattico, quegli argomenti e quelle idee della matematica di base che costituiscono i temi fondamentali del curriculum di Matematica nella Scuola secondaria: -Aritmetica e Algebra -Geometria -Relazioni e funzioni (in particolare, Analisi matematica) -Dati e Previsioni (in particolare, Calcolo delle probabilità). Tali temi saranno rivisti da un "punto di vista superiore", ovvero con un'attenzione critica ai loro fondamenti, alla loro storia e alla didattica attuale nella scuola secondaria. Si rifletterà sull'uso degli strumenti tecnologici per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica nella scuola secondaria. Si vedranno esempi di uso di software matematico integrato nell'insegnamento -apprendimento della Matematica (si farà riferimento, in particolare, a GeoGebra).

**Modalità di esame:**

Prova orale + una relazione scritta di approfondimento su un tema fondamentale (assegnato dal docente) svolto nel corso. La relazione sarà presentata nell'ultima parte del corso oppure presentata sinteticamente nella prima parte dell'esame.

**Criteri di valutazione:**

Lo studente dovrà -conoscere in modo critico e approfondito -da un punto di vista storico, metodologico e didattico- i temi fondamentali dei curricula di matematica nella scuola secondaria -sapere esporre e collegare criticamente le nozioni apprese.

**Testi di riferimento:**

Villani, Vinicio, Cominciamo da Zero. Domande, risposte e commenti per saperne di più sui perché della matematica (Aritmetica e Algebra). Bologna: Pitagora, 2003 Villani, Vinicio, Cominciamo dal punto. Domande, risposte e commenti per saperne di più sui perché della matematica (Geometria). Bologna: Pitagora, 2006 Villani, Vinicio, e altri, Non solo calcoli. Domande e risposte sui perché della matematica. Milano: Springer, 2012

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Slide e presentazioni delle lezioni fornite dal docente (sulla piattaforma Moodle del corso); libri, riviste e siti web consigliati durante il corso.

## MECCANICA HAMILTONIANA

**Titolare:** Prof. PAOLO ROSSI

**Mutuato da:** Laurea magistrale in Physics (Ord. 2017)

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 48A; 6,00

**Prerequisiti:**

Basi di algebra e geometria differenziale (le nozioni basilari di geometria differenziale saranno richiamate all'inizio del corso solo se necessario). Nozioni di base di meccanica hamiltoniana e/o meccanica quantistica sarebbero utili per contestualizzare il contenuto del corso, ma non sono strettamente necessarie.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Alla fine del corso lo studente dovrebbe essere in grado di navigare la letteratura tecnica sull'argomento e di leggere e comprendere almeno una parte degli articoli di ricerca. Dovrebbe acquisire le capacità necessarie a risolvere problemi applicando nozioni e metodi discussi nel corso.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Il corso viene erogato tramite lezioni frontali alla lavagna.

**Contenuti:**

Sistemi hamiltoniani su varietà di Poisson (algebre di Poisson, teoria delle deformazioni, varietà di Poisson e loro geometria, ...). Integrabilità (richiami sull'integrabilità di Arnold-Liouville, rappresentazione di Lax, strutture bihamiltoniane, ...). Elementi di quantizzazione (idee di base della meccanica quantistica, elementi di quantizzazione per deformazioni, meccanica quantistica nello spazio delle fasi, ...). PDE evolutive hamiltoniane (come sistemi hamiltoniani infinito-dimensionali, teoria moderna delle PDE integrabili, ...).

**Modalità di esame:**

Da determinarsi anche in base al numero di studenti, ma probabilmente una prova scritta relativamente semplice il superamento della quale garantisce l'accesso ad un'esposizione orale nella forma di un breve seminario e alcune domande. Alternativamente, un esame scritto contenente sia alcuni semplici esercizi che alcune domande di teoria.

**Criteri di valutazione:**

La valutazione si concentrerà primariamente sull'acquisizione da parte dello studente del materiale al centro del corso e sulla sua abilità ad applicarlo alla comprensione e possibilmente alla soluzione di problemi correlati.

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Indiazioni bibliografiche verranno date quando il corso toccherà un nuovo argomento, ma le lezioni saranno il più possibile autosufficienti.

<b>MECCANICA SUPERIORE</b>
----------------------------

**Titolare:** Prof. FRANCO CARDIN

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 24A+24E; 6,00

**Prerequisiti:**

Elementi di base di Analisi e Geometria

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Geometria differenziale e simplettica. Meccanica Hamiltoniana globale. Teoria geometrica dell'equazione di Hamilton-Jacobi. Topologia simplettica. Calcolo delle Variazioni: Punti Coniugati, indice di Morse, teoria di Lusternik-Schnirelman per l'esistenza di punti critici.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

lezioni frontali ed esercitazioni

**Contenuti:**

Nozioni di base di Geometria Differenziale e di Calcolo Differenziale Esterno. Coomologia. Varietà Riemanniane. Esistenza di metriche Riemanniane, teorema di Whitney. Geometria simplettica, Varietà simplettiche. Introduzioni e applicazioni della Meccanica Hamiltoniana sulle varietà simplettiche. Parametrazioni locali e globali delle sottovarietà Lagrangiane e loro Funzioni Generatrici. Teorema di Maslov-Hörmander. Equazione di Hamilton-Jacobi, soluzioni geometriche e legami con il Calcolo delle Variazioni. Punti Coniugati e teoria dell'Indice di Morse. Coomologia Relativa e teoria di Lusternik-Schnirelman. Introduzione alla Topologia Simplettica: Esistenza e classificazione dei punti critici di funzioni a applicazione alle Funzioni Generatrici delle sotto-varietà Lagrangiane. La soluzione min-max, o variazionale, dell'equazione di Hamilton-Jacobi. Topologia Simplettica di Viterbo: verso la soluzione della congettura di Arnol'd. Teoria di Morse.

**Modalità di esame:**

Scritto.

**Criteri di valutazione:**

Valutazione dell'apprendimento teorico e pratico sulle nozioni del corso.

**Testi di riferimento:**

Hofer, Helmut; Zehnder, Eduard, Symplectic invariants and Hamiltonian dynamics. : Birkhäuser, 1994 McDuff, Dusa, Salamon, Dietmar, Introduction to symplectic topology. : Oxford Mathematical Monographs, 1998 Arnold, V. I., Mathematical methods of classical mechanics. Springer Verlag: 1989, F. Cardin, Elementary Symplectic Topology and Mechanics. : Springer Verlag, 2015

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

F. Cardin: Elementary Symplectic Topology and Mechanics, Springer 2015

**METODI NUMERICI PER L'ANALISI DEI DATI**

**Titolare:** Dott. FABIO MARCUZZI

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 48A+16L; 7,00

**Prerequisiti:**

Le conoscenze e competenze necessarie per seguire l'insegnamento con profitto riguardano: - le nozioni di base del calcolo numerico; - conoscenza generale dell'analisi matematica; - i concetti fondamentali di probabilità e statistica; - una competenza di base nella programmazione al computer.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Le conoscenze ed abilità che lo studente avrà acquisito al superamento della prova di profitto riguardano: - un incremento delle conoscenze in generale di calcolo numerico ed in particolare di algebra lineare numerica; - la capacità di utilizzo pratico e le applicazioni delle trasformate di Fourier e Wavelet; - un buon numero di metodi numerici utilizzati nella pratica corrente dell'analisi dei dati; - la capacità di progettare, implementare e verificare sperimentalmente algoritmi numerici al computer; - la capacità di utilizzare modelli matematici nell'analisi dei dati, in particolare nella costruzione (identificazione) del modello e del suo utilizzo per ricostruire informazioni non direttamente presenti nei dati (predizione, deconvoluzione).

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Il corso prevede lezioni frontali accompagnate al materiale cartaceo, in modo da agevolare la discussione critica in aula, che è parte fondamentale del percorso di apprendimento. Sono previste inoltre delle esercitazioni di laboratorio dove i concetti presentati in aula vengono sperimentati direttamente dallo studente nella risoluzione di problemi.

**Contenuti:**

Modelli lineari e nonlineari, statici e dinamici. Introduzione all'analisi in frequenza di sequenze di dati e di sistemi lineari con la Trasformata Discreta di Fourier; algoritmo della Trasformata Rapida di Fourier (FFT) per sequenze mono- e bi-dimensionali; analisi tempo-frequenza. Introduzione alla trasformata wavelet. Fattorizzazione QR con trasformazioni ortogonali e ricorsiva; Singular Value Decomposition (SVD). Problemi ai minimi quadrati lineari: metodi numerici fondamentali di risoluzione e cenni alle proprietà statistiche della soluzione. Varianti: forma ricorsiva, problemi generalizzati, problemi con vincoli, problemi nonlineari, Total Least Squares. Riduzione algebrica di modelli statici e dinamici. Regolarizzazione di problemi discreti mal-posti o fortemente mal-condizionati: andamento dei valori singolari; metodi di regolarizzazione per troncamento (SVD troncata) e di Tikhonov. Metodi numerici per la stima dei parametri di modelli ARMA e nello spazio degli stati (Ho-Kalman, metodi subspace), e di reti neurali (back-propagation). Analisi di serie storiche. Stima dello stato di sistemi dinamici (filtro di Kalman). Applicazioni di esempio in campo fisico-ingegneristico ed economico.

**Modalità di esame:**

L'esame prevede la discussione delle esercitazioni di laboratorio con conseguenti domande orali.

**Criteri di valutazione:**

La valutazione della preparazione dello studente si baserà sulla comprensione degli argomenti svolti e sulla capacità di risolvere i problemi assegnati in laboratorio, ed in particolare sull'abilità di tradurre i problemi in algoritmi e conseguenti programmi al computer.

**Testi di riferimento:**

F.Marcuzzi, Analisi dei dati mediante modelli matematici. : (e-book), 2017

**METODI NUMERICI PER LE EQUAZIONI DIFFERENZIALI**

**Titolare:** Prof. MARIO PUTTI

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 48A+16L; 7,00

**Prerequisiti:**

Le conoscenze e competenze necessarie per seguire l'insegnamento con profitto riguardano: - i concetti fondamentali del calcolo numerico; - i concetti fondamentali dell'analisi matematica; - i concetti fondamentali di probabilità e statistica; - una competenza di base nella programmazione al computer.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Le conoscenze ed abilità che lo studente avrà acquisito al superamento della prova di profitto riguardano: - un incremento delle conoscenze in generale di calcolo numerico ed in particolare di algebra lineare numerica, sia da un punto di vista teorico che sperimentale; - la capacità di utilizzo pratico e le applicazioni delle trasformate di Fourier e Wavelet; - un buon numero di metodi numerici utilizzati nella pratica corrente dell'analisi dei dati per la costruzione di modelli matematici; - la capacità di progettare, implementare al computer e verificare sperimentalmente algoritmi numerici complessi; - la capacità di utilizzare modelli matematici nell'analisi dei dati, in particolare nella costruzione (identificazione) del modello e del suo utilizzo per ricostruire informazioni non direttamente presenti nei dati (predizione, deconvoluzione, misure indirette).

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Il corso prevede lezioni frontali accompagnate al materiale cartaceo, in modo da agevolare la discussione critica in aula, che è parte fondamentale del percorso di apprendimento. Sono previste inoltre delle esercitazioni di laboratorio dove i concetti presentati in aula vengono sperimentati direttamente dallo studente nella risoluzione di problemi.

**Contenuti:**

Modelli lineari e nonlineari, statici e dinamici. Introduzione all'analisi in frequenza di sequenze di dati e di sistemi lineari con la Trasformata Discreta di Fourier; algoritmo della Trasformata Rapida di Fourier (FFT) per sequenze mono- e bi-dimensionali; analisi tempo-freuenza. Introduzione alla trasformata wavelet. Fattorizzazione QR con trasformazioni ortogonali e ricorsiva; Singular Value Decomposition (SVD). Problemi ai minimi quadrati lineari: metodi numerici fondamentali di risoluzione e cenni alle proprietà statistiche della soluzione. Varianti: forma ricorsiva, problemi generalizzati, problemi con vincoli, problemi nonlineari, Total Least Squares. Riduzione algebrica di modelli statici e dinamici. Regolarizzazione di problemi discreti mal-posti o fortemente mal-condizionati: andamento dei valori singolari; metodi di regolarizzazione per troncamento (SVD troncata) e di Tikhonov. Metodi numerici per la stima dei parametri di modelli ARMA e nello spazio degli stati (Ho-Kalman, metodi subspace), e di reti neurali (back-propagation). Analisi di serie storiche. Stima dello stato di sistemi dinamici (filtro di Kalman). Applicazioni di esempio in campo fisico-ingegneristico ed economico.

**Modalità di esame:**

L'esame prevede la discussione delle esercitazioni di laboratorio con conseguenti domande orali.

**Criteri di valutazione:**

La valutazione della preparazione dello studente si baserà sulla comprensione degli argomenti svolti e sulla capacità di risolvere i problemi assegnati in laboratorio, ed in particolare sull'abilità di tradurre i problemi in algoritmi e conseguenti programmi al calcolatore.

**Testi di riferimento:**

F.Marcuzzi, Analisi dei dati mediante modelli matematici. : (e-book), 2017

**METODI STOCASTICI PER LA FINANZA**

**Titolare:** Prof. MARTINO GRASSELLI

**Mutuato da:** Scuola di Specializzazione in Fisica medica

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 56A; 7,00

**Prerequisiti:**

Analisi stocastica (Propedeutico per gli studenti della laurea in matematica)

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

The course presents some important models that are typically used in the banking industry. The students at the end should be familiar with pricing and hedging in both discrete and continuous time and they should be able to apply stochastic methods to the pricing of equity/forex/fixed income products

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lecture supported by tutorial, exercises and laboratory activities.

**Contenuti:**

The pricing problem in the binomial models Risk neutral pricing in the discrete time world European and American options in the binomial model. Arbitrage and risk neutral pricing in continuous time. Pricing of contingent claims in continuous time: the Black&Scholes formula. Black&Sholes via PDE and via Girsanov. Hedging and completeness in the Black&Scholes framework. Feynman-Kac formula and risk neutral pricing in continuous time. Put Call parity, dividends and static vs dynamic hedging. The Greeks and the Delta-Gamma hedging. Delta-Gamma-Vega neutral portfolios. Barrier options pricing in the Black&Scholes model. Quanto option pricing in the Black&Scholes model. Multi asset markets, pricing and hedging. Exchange options pricing in the multi-asset Black&Scholes model. Incomplete markets: quadratic hedging. Smile and skew stylized facts. Beyond the Black&Scholes model: stochastic volatility. The Heston model. Bonds and interest rates. Pre-crisis and multiple-curve frameworks. Short rate models, Vasicek, CIR, Hull-White models, affine models. Cap&Floor pricing in the short rate approaches. Change of numeraire and Forward Risk Neutral measure.

**Modalità di esame:**

Final examination based on: Written and oral examination.

**Criteri di valutazione:**

Critical knowledge of the course topics. Ability to present the studied material.

**Testi di riferimento:**

T. Bjork, Arbitrage theory in continuous time. : Oxford Univ. Press, Second Edition, 2004 J. Hull, Options, Futures and Other Derivatives. : Pearson, 8th edition, 2012 D. Lamberton and B. Lapeyre, Introduction to stochastic calculus applied to finance.. : Cambridge University Press., 2000

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Lecture notes and reference books will be given by the lecturer.

**OMOLOGIA E COOMOLOGIA**

**Titolare:** Prof. BRUNO CHIARELLOTTO

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 48A; 6,00

**Prerequisiti:**

Ci si aspetta che lo studente abbia già visto la possibilità di associare degli invarianti a spazi topologici (gruppo fondamentale...). Basic commutative algebra.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

The student should understand the meaning of invariants for a topological space

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

in class and homeworks.

**Contenuti:**

Starting from the basic definition of the algebraic topology we will introduce the definition of homology and cohomology for a topological space. Singular, simplicial, cellular, relative, excision, Mayer-Vietoris. Tor and Ext: universal coefficients theorem. Cup and cap product: the ring structure on the cohomology of a projective space. Poincaré duality

**Modalità di esame:**

tailored on the basis of the students attitudes: oral and homeworks.

**Criteri di valutazione:**

some new techniques will be introduced: we expect the student shows how to master them.

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

we will indicate them during the class: as part of books or/and notes. J.Rotman "Introduction to algebraic topology" Springer A. Hatcher "Algebraic Topology"

## OTTIMIZZAZIONE

**Titolare:** Prof. MICHELANGELO CONFORTI Insegnamento non attivato per l'a.a 2019/2020

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 48A; 6,00

**Prerequisiti:**

Conoscenza della Programmazione lineare, Algebra Lineare.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Conoscenza delle basi dell'ottimizzazione vincolata, con particolare riferimento alla Programmazione a Numeri Interi.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni ed esercizi svolti in classe

**Contenuti:**

Disuguaglianze e Poliedri Metodo di Fourier lemma di Farkas Poliedri e il Teorema di Minkowski-Weyl Coni di recessione Dimensione, Involuppo affine Facce ed unicità della rappresentazione Proiezioni Formulazioni Ideali Totale unimodularità Grafi orientati Flussi, cammini, circolazioni Matchings Alberi di peso minimo Teorema di Meyer Unione di poliedri Disuguaglianze valide per problemi di ottimizzazione intera Disuguaglianze split Disuguaglianze di Gomory mixed-integer e frazionarie Disuguaglianze di Chvatal

**Modalità di esame:**

Esame Scritto

**Criteri di valutazione:**

Conoscenza della materia, capacità di sviluppare argomenti inerenti alla materia in maniera autonoma.

**Testi di riferimento:**

M. Conforti, G. Cornuejols, G. Zambelli, Integer Programming. New York: Springer, 2014

## RICERCA OPERATIVA

**Titolare:** Dott.ssa CARLA DE FRANCESCO

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 48A+16L; 8,00

**Prerequisiti:**

Opportuna, ma non necessaria, conoscenza di base della teoria della Programmazione Lineare

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Imparare a costruire e utilizzare modelli matematici per il supporto alle decisioni in ambito produttivo, logistico, finanziario. Utilizzo di pacchetti software per l'ottimizzazione su casi di studio.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Il corso si baserà su lezioni frontali e laboratori.

**Contenuti:**

- Richiami di programmazione lineare. - Modelli di programmazione lineare intera. - Tecniche risolutive per la programmazione lineare intera: branch-and-bound, piani di taglio, generazione di colonne. - Matrici totalmente unimodulari. - Modelli di programmazione non lineare. - Metodi di programmazione non lineare: metodi per problemi non vincolati e vincolati. - Cenni a metodi di ottimizzazione per sistemi complessi. - Pacchetti software per l'ottimizzazione.

**Modalità di esame:**

Prova scritta (questa informazione potrebbe venire aggiornata quando sarà individuato il docente dell'insegnamento)

**Criteri di valutazione:**

La valutazione della preparazione dello studente si baserà: - sulla comprensione degli argomenti svolti in aula e laboratorio; - sull'acquisizione dei concetti di carattere teorico; - sulla capacità di utilizzare in maniera autonoma e consapevole i modelli e le metodologie risolutive proposte.

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

- Dispense fornite dal docente. - Testi di consultazione (che però non saranno seguiti fedelmente): M. Fischetti, Lezioni di Ricerca Operativa, Edizioni Libreria Progetto. L. Grippo, M. Sciandrone, Metodi di ottimizzazione per la programmazione non vincolata, Springer.

**SISTEMI DINAMICI**

**Titolare:** Prof. FRANCESCO FASSO`

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+24E; 7,00

**Prerequisiti:**

1. Conoscenze di base sulle equazioni differenziali ordinarie e la teoria qualitativa delle equazioni differenziali ordinarie, al livello di quanto fatto per esempio nel corso di "Fisica Matematica" del II anno della laurea in Matematica di questo Ateneo. 2. Per la parte numerica, e` utile una conoscenza di base del linguaggio di programmazione "Mathematica", al livello dei tutorial periodicamente offerti dal CCS e disponibili sul canale YouTube del Dipartimento di Matematica.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Il corso fornisce un'introduzione ai sistemi dinamici differenziabili, particolarmente continui (=equazioni differenziali ordinarie), ma anche discreti (=iterazioni di mappe). Una prima parte del corso fornisce una panoramica di risultati classici sulle equazioni differenziali, con attenzione ad orbite periodiche (mappe di Poincare'), classificazione locale, varietà stabile centrale, etc. Ci si focalizzerà quindi sulla differenza fra integrabilità e, nel caso iperbolico, caoticità. Il corso e` completato da esercitazioni numeriche al calcolatore, svolte dagli studenti in aula, volte a far acquisire tecniche e competenze di base necessarie all'investigazione numerica delle equazioni differenziali ordinarie e all'analisi numerica dei sistemi dinamici. Lo studente acquisirà conoscenze approfondite su questi argomenti della teoria dei sistemi dinamici differenziabili e svilupperà una capacità di studiare tali problemi con tecniche analitiche e numeriche. L'analisi di un certo numero di applicazioni favorirà tale apprendimento.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni frontali. Lezioni in laboratorio numerico. Svolgimento individuale o (raccomandato) a piccoli gruppi di lavori numerici.

**Contenuti:**

1. Sistemi dinamici continui (equazioni differenziali ordinarie, flussi) e discreti (iterazioni di mappe). Linearizzazione, equazione alle variazioni. Sistemi dinamici lineari continui e discreti; sottospazi stabile, instabile e centrale. 2. Orbite periodiche: mappa di Poincare'; stabilità: matrice di monodromia. Applicazioni. 3. Punti fissi iperbolici: teorema di Grobman-Hartman, teorema della varietà stabile. 4. Integrabilità. Invarianza di un'equazione differenziale sotto un'azione di gruppo, riduzione. Simmetrie dinamiche. Teorema di integrabilità di Bogoyavlenskij. Applicazioni ai sistemi Hamiltoniani. 5. Sistemi iperbolici e fenomeni omoclini; ferro di cavallo di Smale; dinamica simbolica; metodo di Melnikov; shadowing. 6. Esponenti di Lyapunov. 7. Esperimenti numerici sulle equazioni differenziali.

**Modalità di esame:**

Orale, con discussione di argomenti di teoria e discussione degli elaborati numerici assegnati durante il corso. Per lo svolgimento degli elaborati numerici gli studenti potranno lavorare a loro scelta individualmente o (raccomandato) a coppie. All'orale potranno anche essere richiesti semplici esercizi. Questo format dell'esame permette di valutare 1) il livello di conoscenze teoriche raggiunto dallo studente, 2) il livello di comprensione matematica della materia conseguito dallo studente, e 3) la capacità di investigazione numerica dei sistemi dinamici, ed in particolare di analisi e comprensione dei risultati numerici, raggiunta dallo studente.

**Criteri di valutazione:**

Verranno valutati la conoscenza della materia, il livello di comprensione matematica della materia, la qualità del lavoro numerico, e la capacità di analisi ed interpretazione dei risultati del lavoro numerico svolto nel quadro teorico sviluppato nel corso.

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

I prerequisiti sulla teoria qualitativa delle equazioni differenziali sono coperti, per esempio, in 1. V.I. Arnold, Equazioni Differenziali Ordinarie (MIR, 1979) 2. M.W. Hirsh e S. Smale, Differential equations, dynamical systems, and linear algebra (Academic Press, 1974) 3. F. Fasso', Primo sguardo ai sistemi dinamici. CLEUP Il programma del corso e` coperto in dispense del docente, che verranno distribuite durante il corso e, per certi argomenti in 4. G. Benettin, "Introduzione ai sistemi dinamici-Cap. 2: Introduzione ai Sistemi Dinamici Iperbolici" (<http://www.math.unipd.it/~benettin/>) Fra i testi di consultazione si segnalano: 5. E. Zhender, Lectures on Dynamical Systems (EMS, 2010) 6. C. Chicone, Ordinary Differential Equations with Application (II ed), Springer. Il lavoro in laboratorio utilizzerà il software Mathematica; una conoscenza elementare del suo utilizzo e` opportuna. Un tutorial in due lezioni e` scaricabile dal canale YouTube del Dipartimento di Matematica <https://www.youtube.com/watch?v=JfRzv6r0wqM> <https://www.youtube.com/watch?v=tUuwgiGipfw>

**SPERIMENTAZIONI DI FISICA PER LA DIDATTICA**

**Titolare:** Prof.ssa SANDRA MORETTO

**Periodo:** l'anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32L; 6,00

**Sede dell'insegnamento:** Laboratorio Didattico, stanza 309 del Polo Didattico di Fisica, via Loredan 10.

**Prerequisiti:**

Conoscenze di base acquisite in corsi di fisica generale. Conoscenze di base di fogli di calcolo.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Le conoscenze del corso mirano ad acquisire conoscenze nell'ambito della didattica laboratoriale nel campo della fisica. Gli obiettivi sono quindi diversificati in obiettivi di laboratorio e obiettivi didattici e formativi. - Obiettivi didattici e formativi nel campo delle conoscenze e delle competenze: a) conoscere metodi di progettazione didattica( progettare per competenze, backward design,..) b) conoscere metodologie didattiche (story teller, problem solving, ..) c) progettazione ed analisi di progetti didattici - Obiettivi di esercizio(all'uso degli strumenti e degli apparati di misura e alle procedure di misura e analisi dei dati): 1) capire lo strumento di misura e le sue caratteristiche (risoluzione, portata, "errore di zero", scale, ecc.); 2) imparare a usare correttamente gli strumenti per ridurre gli errori sistematici e gli "sbagli" (es. errori di parallasse nella lettura, ecc.); 3) imparare a registrare correttamente i dati (cifre significative, incertezza, unità di misura) ; 4) Imparare a raccogliere i dati in tabelle e a rappresentarli in grafici che aiutino a interpretare i risultati (es. decidere gli intervalli per le classi di una distribuzione, le scale per gli assi di un grafico, l'organizzazione delle colonne di una tabella, ecc.) 5) imparare a tenere un registro di laboratorio: in cui tutte le misure fatte (anche quelle sbagliate!) vengono annotate in buon ordine, con indicazione della data, delle condizioni sperimentali e con tutti i commenti. Obiettivo: imparare a lavorare in gruppo;(non solo perché in molti casi non è possibile eseguire misure o predisporre l'apparato sperimentale da soli, ma anche per l'opportunità di scambiare idee, discutere, confrontarsi)

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

• Lezioni frontali • Esperimenti dimostrativi • Esperimenti per studiare/verificare una legge fisica. Sono gli esperimenti che tipicamente si fanno in un laboratorio attrezzato. La legge fisica generalmente è già nota. Possono però essere svolti anche come introduzione o preparazione alla legge. Hanno valenze didattiche prevalenti per la misura, l'analisi dei dati, la formalizzazione a posteriori e per gli aspetti addestrativi in generale. • Esperimenti dimostrativi. Sono usati per attirare l'attenzione e stimolare la riflessione su una particolare fenomenologia, prima di iniziare la discussione dettagliata sull'argomento. • Esperimenti di scoperta. Sono esperimenti che hanno la caratteristica di stimolare l'interesse e la curiosità e quindi di trascinare a trovare spiegazioni, chiarendo così, generalmente a livello solo qualitativo, i concetti fisici coinvolti • Esperimenti con oggetti o fenomeni della vita di tutti i giorni. Partono dalla conoscenza e memoria di cose familiari e ben note, o che si crede di conoscere bene, e che si è abituati a descrivere con il linguaggio quotidiano. Aiutano a sviluppare il "pensiero critico" e il passaggio dal linguaggio quotidiano a quello scientifico. • Uso del computer nel laboratorio di fisica. Simulazioni: costruzione di vari tipi di simulazioni per osservare fenomeni altrimenti inaccessibili (troppo costosi, infattibili o pericolosi). Il computer può poi essere usato sia per l'analisi dei dati che per la raccolta on-line di dati di un esperimento, mediante opportuni sensori e interfacce di collegamento al computer. Sono utili in particolare per raccogliere dati che variano molto rapidamente o molto lentamente nel tempo

**Contenuti:**

Si affronteranno diversi nuclei tematici di fisica, per esempio: • Studio del moto di un corpo su guida rettilinea: acquisizione on-line della distanza mediante sonar, grafici temporali della distanza, velocità ed accelerazione, studio dell'attrito, misura dell'accelerazione di gravità. Analisi degli errori. • Ottica geometrica: leggi della riflessione e della rifrazione. Le proprietà delle lenti loro applicazione nella costruzione di un cannocchiale • Esperimenti con le onde: generazione e propagazione di onde in un liquido. Misura della lunghezza d'onda. Riflessione e rifrazione di onde piane. Fenomeni di interferenza e diffrazione. • Analisi delle caratteristiche ondulatorie della luce con esperimenti di diffrazione e interferenza con luce laser. Analisi di dati e confronti con il modello teorico. • Conservazione e trasformazione dell'energia. Studio e analisi di fenomeni termici. Esperimenti relativi al I principio della termodinamica. Cambiamenti di stato. • Fenomeni elettrici e magnetici. Campo magnetico generato da una corrente elettrica. Studio dell'induzione elettromagnetica. • Metodologie didattiche e progettazione didattica.

**Modalità di esame:**

L'esame consiste di una parte scritta e di una orale. La parte scritta prevede l'ideazione di un progetto didattico su un tema di fisica a scelta dello studente. La parte orale sulla presentazione del progetto didattico presentato nella parte scritta.

**Criteri di valutazione:**

L'espressione di un giudizio finale di competenza sarà classificato secondo tre grandi ambiti specifici: quello relativo ai risultati ottenuti nello svolgimento di un compito o nella realizzazione del prodotto(oggettivo); quello relativo alla percezione che lo studente ha del suo lavoro (soggettivo); quello relativo a come lo studente è giunto a conseguire tali risultati (intersoggettivo). Le tre prospettive di analisi indicate richiedono strumentazioni differenti, da integrare e comporre in un disegno valutativo plurimo e articolato. Ciascuna di esse utilizzerà dispositivi differenti per essere rilevata e compresa. In particolare: Dimensione oggettiva: svolgimenti di compiti operativi, come 1. compilazioni di schede e raccolte dati sugli esperimenti 2. Dimensione soggettiva: forme di autovalutazione, con strumenti quali domande, diari di bordo, questionari. 3. Dimensione intersoggettiva: protocolli di osservazione, commenti, interazioni tra pari

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**TEORIA DEI NUMERI 1**

**Titolare:** Prof. FRANCESCO BALDASSARRI

**Periodo:** l'anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00

**Prerequisiti:**

I corsi di Algebra, Analisi 1 e 2, Algebra Lineare del primo biennio. Sarebbe molto utile avere già seguito un breve corso di Teoria di Galois.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Le conoscenze principali da acquisire sono: 1) la teoria algebrica degli anelli degli interi algebrici e anelli di Dedekind 2) la teoria del discriminante 3) estensioni quadratiche e ciclotomiche 4) decomposizione dei primi in una estensione, specialmente nel caso di i Galois 5) la nozione di numero di classi di

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Le 1 o 2 relazioni proposte durante il semestre saranno un controllo della comprensione del corso da parte dello studente. Molto spesso gli argomenti proposti saranno tratti da sezioni del libro indicate precedentemente, allo scopo di incoraggiare gli studenti a cimentarsi con gli esercizi del libro. A ogni studente è offerta l'opportunità di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso. Si potrà così valutare la capacità espositive dello studente. L'eventuale esame orale finale consiste in una presentazione orale da svolgere in sede separata su un argomento scelto dal docente con un paio di ore di anticipo per la preparazione.

**Contenuti:**

1. Teoria algebrica di base dei gruppi e anelli commutativi. 2. Fattorizzazione di elementi e di ideali 3. Domini di Dedekind. 4. Corpi di numeri algebrici. Corpi ciclotomici e quadratici. 5. Anelli di interi. Proprietà di fattorizzazione. 6. Estensioni finite, decomposizione, ramificazione. Teoria della decomposizione di Hilbert. 7. Automorfismo di Frobenius, mappa di Artin; 8. Corpi quadratici e ciclotomici. Legge di reciprocità quadratica. Somme di Gauss. 9. Una introduzione alla teoria del corpo di classi (da Kato-Kurokawa-Saito, Vol. 2 Cap. 5). 10. Teoria di Minkowski (finitzza del numero di classi e teorema delle unità). 11. Serie di Dirichlet, funzione zeta, valori speciali e formula per il numero di classi. Tutto il materiale si trova nel testo : Daniel A. Marcus "Number Theory", Springer-Verlag. La parte essenziale del programma consiste dei Capitoli da 1 a 5, con gli esercizi utilizzati nelle dimostrazioni. I capitoli 6 e 7 sono necessari per ottenere un voto molto buono. Le lunghe dimostrazioni analitiche reali dei capitoli 5/6/7 non saranno essenziali. È tuttavia necessaria una buona comprensione dei metodi di analisi complessa. Si raccomanda la lettura, a scopo culturale, dei due libri di Kato-Kurokawa-Saito, eventualmente saltandone le dimostrazioni.

**Modalità di esame:**

Si proporranno 1 o 2 relazioni scritte durante il corso su argomenti scelti insieme all'insegnante. Il loro scopo è di verificare la comprensione delle lezioni e l'interesse per la materia. L'esame si concluderà con una relazione finale svolta a casa su un argomento scelto all'insegnante. A ogni studente è offerta l'opportunità di presentare un argomento concordato con il docente in una lezione di 45 minuti durante il corso. Un esame orale finale è riservato a chi mira a voti eccezionali.

**Criteri di valutazione:**

Si valuterà il grado di comprensione e di assimilazione del materiale presentato. Si apprezzeranno e valuteranno anche l'impegno di studio, l'interesse per la materia e la capacità di risolvere problemi.

**Testi di riferimento:**

Kazuya Kato, Nobushige Kurokawa, Takeshi Saito, Number Theory 1 (Fermat's Dream) and Number Theory 2 (Introduction to Class Field Theory). : Translations of Math. Monographs Vol. 186 and 240 American Mathematical Society, 2011 Daniel A. Marcus, Number Fields. : Springer Universitext, 1977

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

E' possibile che uno studente trovi più semplice studiare uno o più argomenti in altri libri di testo o in note di corsi reperibili online. Quando possibile, l'insegnante darà indicazioni su dove reperire tale materiale.

**TEORIA DEI NUMERI 2**

**Titolare:** Prof. ADRIAN IOVITA

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00

**Prerequisiti:**

Teoria di Numeri 1.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Conoscenze in algebra commutativa e topologia.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni alla lavagna.

**Contenuti:**

Nel corso studieremo la teoria dei campi locali seguendo il libro di J.-P. Serre "Local fields". Si studieranno: anelli di valutazione e i loro completamenti, campi di valutazioni discreta e le loro estensioni finite, la filtrazione di ramificazione del gruppo di Galois di un campo locale. Come applicazione si studieranno le forme modulari p-adiche.

**Modalità di esame:**

Ci saranno compiti settimanali, un compito a meta sessione ed un'esame scritto finale.

**Criteri di valutazione:**

I compiti verranno valutati 40% del voto, il compito 20% e l'esame finale 40%.

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

J.-P. Serre, Local fields. H.P.F. Swinnerton-Dyer, On l-adic representations and congruences between the coefficients of modular forms.

**TEORIA DELLA RAPPRESENTAZIONE DEI GRUPPI**

**Titolare:** Prof. FRANCESCO ESPOSITO Insegnamento non attivato per l'a.a 2019/2020

**Periodo:** I anno, 2 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00

**Sede dell'insegnamento:** See English version

**Aule:** Torre Archimede, room 2AB40

**Prerequisiti:**

Nozioni di base di algebra lineare e di teoria dei gruppi.

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Lo studente apprenderà le nozioni di base sulle rappresentazioni complesse dei gruppi finiti e la classificazione delle algebre di Lie semisemplici complesse.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni frontali.

**Contenuti:**

Rappresentazioni. Rappresentazioni irriducibili. Teorema di Maschke. Caratteri. Ortogonalità. Rappresentazioni Indotte, formal di Mackey. Reciprocità di Frobenius-Schur. Indicatore di Frobenius. Gruppi compatti. Gruppi algebrici lineari e loro algebra di Lie. Algebre di Lie risolubili e nilpotenti. Algebre di Lie semisemplici. Criterio di Cartan. Forma di Killing. Teorema di Weyl. Decomposizione in spazi radice. Sistemi di radici. Classificazione delle algebre di Lie semisemplici. Algebra involuante universale. Rappresentazioni irriducibili di dimensione finita di un'algebra di Lie semisemplice.

**Modalità di esame:**

Scritto, dato da una serie di esercizi.

**Criteri di valutazione:**

Gli scritti saranno valutati in base alla completezza, correttezza e chiarezza espositiva.

**Testi di riferimento:**

CONTENUTO NON PRESENTE

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

J.P. Serre, *Répresentations Linéaires des Groupes Finis*; (there exists also an English version); J. Humphreys, *Introduction to Lie algebras and Representation Theory*, GTM 9 Springer P. Etingof et al, *Introduction to representation theory*, AMS Macdonald's lectures in: *Lectures on Lie groups and Lie algebras*, Carter, Segal, Macdonald, Cambridge University Press, 1995

## TEORIA DELLE FUNZIONI

**Titolare:** Prof. DAVIDE VITTONI

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+32E; 8,00

**Prerequisiti:**

Oltre ai corsi di Analisi 1 e 2, i corsi di Analisi Reale e di Analisi Funzionale 1

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

Acquisire dimestichezza con i principali spazi di funzioni e di funzioni generalizzate. Padroneggiare le tecniche di base della teoria delle distribuzioni, delle funzioni di Sobolev e delle funzioni a variazione limitata. Acquisire dimestichezza con il linguaggio della teoria geometrica della misura. Essere in grado di sfruttare le conoscenze ottenute nel corso per la risoluzione di semplici problemi di Analisi Matematica.

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Lezioni frontali alla lavagna.

**Contenuti:**

Tra parentesi quadre vengono elencati gli argomenti che potrebbero essere omessi o presentati senza dimostrazioni a seconda del tempo a disposizione e/o degli interessi dell'uditorio. **TEORIA DELLE DISTRIBUZIONI** Definizione, derivate nel senso delle distribuzioni, ordine di una distribuzione, distribuzioni a supporto compatto, convoluzioni, distribuzioni temperate, trasformata di Fourier, applicazioni. **SPAZI DI SOBOLEV** Definizione e proprietà elementari, teoremi di approssimazione, teoremi di traccia al bordo e di estensione, disuguaglianze di Sobolev-Gagliardo-Nirenberg, Poincaré e Morrey, teoremi di compattezza, [capacità e proprietà fini delle funzioni di Sobolev]. **ELEMENTI DI TEORIA GEOMETRICA DELLA MISURA** Richiami di teoria della misura, teoremi di ricoprimento e di derivazione di misure, misure e dimensione di Hausdorff, funzioni Lipschitziane e teorema di Rademacher, insiemi rettificabili, spazio tangente approssimato, [formule di area e coarea] **FUNZIONI A VARIAZIONE LIMITATA** Definizione, teoremi di approssimazione e compattezza, [teoremi di traccia ed estensione], formula di coarea, insiemi di perimetro finito, [disuguaglianze isoperimetriche, frontiera ridotta e teorema di struttura per insiemi di perimetro finito, proprietà fini e teorema di decomposizione della derivata]

**Modalità di esame:**

Esercizi lasciati come compito a casa (un foglio di esercizi per ciascuna delle quattro parti del corso), in base ai quali verrà proposto un voto. Esame orale facoltativo.

**Criteri di valutazione:**

Padronanza delle conoscenze acquisite ed abilità nell'utilizzarle per la soluzione di semplici problemi. Completezza e chiarezza delle soluzioni degli esercizi proposti (anche di tipo teorico). In caso di esame orale, padronanza delle tecniche dimostrative espone nel corso.

**Testi di riferimento:**

Bony, Jean-Michel, Analyse J.-M. Bony. [Paris]: Ecole polytechnique, 1988  
Evans, Lawrence C.; Gariépy, Ronald F., Measure theory and fine properties of functions  
Lawrence C. Evans and Ronald F. Gariépy. Boca Raton [etc.]: CRC, 0  
Ambrosio, Luigi, Corso introduttivo alla teoria geometrica della misura e alle superfici minime  
Luigi Ambrosio. Pisa: Scuola normale superiore, 1997

**Eventuali indicazioni sui materiali di studio:**

Eventuali referenze bibliografiche non elencate tra i testi di riferimento verranno direttamente segnalati in aula.

**TOPOLOGIA 2**

**Titolare:** Prof. ANDREA D'AGNOLO

**Periodo:** I anno, 1 semestre

**Indirizzo formativo:** Curriculum Generale

**Tipologie didattiche:** 32A+16E; 6,00

**Conoscenze e abilità da acquisire:**

vedi sotto

**Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:**

Categorie e Funtori Introduciamo il linguaggio di base delle categorie e dei funtori. Un punto fondamentale è il Lemma di Yoneda, che asserisce come una categoria  $C$  si immerga nella categoria dei funtori contravarianti da  $C$  alla categoria degli insiemi. Questo conduce naturalmente al concetto di funtore rappresentabile. Studieremo poi in dettaglio i limiti induttivi e proiettivi, con vari esempi. Categorie Additive ed Abeliane Lo scopo è di definire e studiare i funtori derivati di un funtore  $F$ , esatto a sinistra (o a destra) tra categorie abeliane. A questo scopo, inizieremo con lo studiare i complessi (semplici e doppi) nelle categorie additive o abeliane. Quindi spiegheremo la costruzione del funtore derivato destro tramite risoluzioni iniettive, e tramite risoluzioni  $F$ -iniettive. Applicheremo questi risultati al caso dei funtori Tor ed Ext. Fasci Abelian su Spazi Topologici Studieremo fasci abeliani su spazi topologici (con un breve accenno alle topologie di Grothendieck). Costruiremo il fascio associato ad un prefascio, e le usuali operazioni interne (Hom e  $\otimes$ ) ed esterne (immagini diretta ed inversa). Spiegheremo anche come ottenere fasci localmente costanti, o localmente liberi, tramite incollamento. Coomologia di Fasci Dimostreremo che la categoria dei fasci abeliani ha abbastanza iniettivi e definiremo la coomologia dei fasci. Utilizzando il fatto che la coomologia di fasci localmente costanti è un invariante omotopico, mostreremo come calcolare la coomologia di spazi utilizzando la decomposizione cellulare, e dedurremo la coomologia di alcune varietà classiche.

**Contenuti:**

Solitamente si affronta lo studio della Topologia Algebrica tramite il gruppo fondamentale e l'omologia, definita tramite complessi di catene, mentre qui si pone l'accento sul linguaggio delle categorie e dei fasci, con particolare riferimento ai fasci localmente costanti. I fasci su di uno spazio topologico sono stati introdotti da Jean Leray per dedurre proprietà globali da proprietà locali. Questo strumento si è rivelato estremamente potente, ed ha applicazioni a vari campi della Matematica, dalla Geometria Algebrica alla Teoria Quantistica dei Campi. Su di uno spazio topologico, il funtore che assegna ad un fascio le sue sezioni globali è esatto a sinistra, ma non a destra, in generale. I suoi funtori derivati sono i gruppi di coomologia che codificano le ostruzioni al passaggio da locale a globale. I gruppi di coomologia del fascio costante sono invarianti topologici (ed anche omotopici) dello spazio di base. Spiegheremo come calcolarli in varie situazioni.

**Modalità di esame:**

tradizionale

**Criteri di valutazione:**

esame orale

**Testi di riferimento:**

Pierre Schapira, Algebra and Topology. ,

**Curriculum: Curriculum Generale**