UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

SCUOLA DI SCIENZE

Bollettino Notiziario - A.A. 2022/2023

LAUREA MAGISTRALE IN MATHEMATICS (ORD. 2022)

Curriculum: Corsi comuni

ALGEBRAIC GEOMETRY 2

Titolare: da definire

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Corsi comuni

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

NUMERICAL METHODS FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS

Titolare: da definire

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Corsi comuni

Tipologie didattiche: 48A+16L; 7,00

STATISTICAL LEARNING

Titolare: da definire Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Corsi comuni

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

Curriculum: Corsi comuni

Curriculum: Curriculum ALGANT

Curriculum: Curriculum ALGANT

ALGEBRAIC GEOMETRY 1

Titolare: Prof. REMKE NANNE KLOOSTERMAN

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Conoscenze di base di algebra commutativa (circa la prima metà del corso di algebra commutativa).

Conoscenze e abilità da acquisire:
Conoscenza dei concetti e delle tecniche di base della geometria algebrica. Capacità di porre in relazione le diverse proprietà delle varietà algebriche e i risultati teorici a riguardo. Capacità di risolvere problemi ed esercizi di geometria algebrica.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali. Fogli di esercizi settimanali, discussi successivamente durante le ore di lezione.

Contenuti:
Questo corso fornisce una prima introduzione alla geometria algebrica, partendo dalle nozioni di base ma introducendo anche metodi più avanzati come lo studio di schemi e fasci. Programma: Varietà affini Topologia di Zariski Fascio delle funzioni regolari Morfismi tra varietà Varietà proiettive Dimensione delle varietà Introduzione agli schemi

Modalità di esame:
Esame scritto, eventualmente tenendo conto dei risultati degli esercizi svolti a casa.

Criteri di valutazione:
Comprensione delle tecniche e i concetti di base di geometria algebrica. Capacità di applicare i risultati teorici sulle varietà algebriche e le loro proprietà in esempi specifici come per esempio nella risoluzione di esercizi. Capacità di risolvere problemi di geometria algebrica.

Testi di riferimento:
Shafarevich, Igor R., Basic Algebraic Geometry 2 [electronic resource] : Schemes and Complex Manifolds / by Igor R. Shafarevich.. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013 Shafarevich, Igor R., Basic Algebraic Geometry 1 [electronic resource] : Varieties in Projective Space / by Igor R. Shafarevich.. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il corso segue le dispense del corso di Andreas Gathmann alla TU Kaiserslautern, disponibili online all'indirizzo https://www.mathematik.uni-kl.de/~gathmann/en/alggeom.php

ALGEBRAIC GEOMETRY 2

Titolare: Prof. ERNESTO CARLO MISTRETTA

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00

Prerequisiti:
Basi di topologia e geometria differenziale. È consigliato conoscere le nozioni di base sulla teoria delle superfici di Riemann.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Buona conoscenza degli strumenti algebrici e differenziali utilizzati in geometria complessa e geometria algebrica.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni e esercizi proposti.

Contenuti:
Il corso è pensato come una continuazione in dimensione superiore delle idee sviluppate nello studio delle superfici di riemann. - Preliminari: funzioni olomorfe e meromorfe in più variabili complesse, la differenza con le funzioni olomorfe di una variabile complessa. - Varietà complesse: definizioni e proprietà. - Spazio tangente complesso e calcolo differenziale complesso. - Fibrati vettoriali: fibrati vettoriali complessi, olomorfi, hermitiani. Connessioni e curvatura, la connessione di Chern. L'esempio dei fibrati in rette. Forme di Chern. - Divisori, fibrati in rette, e gruppo di Picard. Divisori di Weil e di Cartier. - Varietà di Kaehler: esempi, forma volume. La metrica di Fubini-Study e le varietà proiettive come varietà di Kaehler. Esempi di varietà non Kaehler. - Introduzione alla coomologia: coomologia di de Rham, coomologia di Dolbeault, cenni alla coomologia singolare e alla coomologia dei fasci. Si illustrerà il calcolo di alcuni gruppi di coomologia in alcuni casi, le varietà complesse o proiettive o di Kaehler, che fanno da motivazione per teorie più generali (affrontate in altri corsi). - Strumenti analitici: integrazione, metrica L^2, operatori su varietà di Kaehler, Laplaciano. - Identità di Hodge, decomposizione di Hodge e simmetria di Hodge. - La decomposizione di Hodge nel contesto algebrico (varietà proiettive), la congettura di Hodge. - 2 teoremi importanti:

teorema di immersione di Kodaira, teorema di Torelli.

Modalità di esame:
Seminario con domande sulla teoria svolta.

Criteri di valutazione:
La valutazione della preparazione dello studente sia baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

Testi di riferimento:
Voisin, Claire, Hodge Theory and Complex Algebraic Geometry I. : Cambridge University Press, 2002 Huybrechts, Daniel, Complex geometry an introduction. Berlin: Springer, 2005 Griffiths, Phillip A., Principles of algebraic geometry. New York: John Wiley and Sons, 1994

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Ulteriori materiali di studio saranno disponibili nella pagina moodle del corso.

COMMUTATIVE ALGEBRA

Titolare: Prof.ssa ORSOLA TOMMASI

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Nozioni di base di algebra (gruppi, anelli, ideali, campi, quozienti, ecc.), acquisite nel corso "Algebra 1".

Conoscenze e abilità da acquisire:
Una buona conoscenza degli oggetti algebrici da utilizzare in Geometria Algebrica e Teoria dei Numeri: - Moduli; - Prodotti tensoriali; - Spettro di un anello; - Localizzazione; - Estensioni intere; - Anelli noetheriani; - Domini di Dedekind ed anelli di valutazione discreta; - Rudimenti di teoria della dimensione.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali. Fogli di esercizi settimanali, discussi successivamente durante le ore di lezione.

Contenuti:
Anelli commutativi unitari, ideali, omomorfismi di anelli, anelli quoziente. Campi, domini di integrità, divisori dello zero, elementi nilpotenti. Ideali primi e ideali massimali. Anelli locali e loro caratterizzazione. Operazioni su ideali (somma, intersezione, prodotto). Estensione e contrazione di ideali per omomorfismi. Annullatore di un ideale, ideale radicale, nilradicale e radicale di Jacobson di un anello. Prodotto diretto di anelli. Moduli, sottomoduli e operazioni tra moduli (somma, intersezione). Annullatore di un modulo. Somme dirette e prodotti diretti di moduli. Successioni esatte di moduli, lemma del serpente. Moduli proiettivi ed iniettivi. Moduli finitamente generati, di presentazione finita, moduli liberi. Teorema di Cayley-Hamilton e Lemma di Nakayama. Prodotto tensoriale e sue proprietà. Estensione degli scalari per i moduli. Algebre su un anello e il loro prodotto tensoriale. Esattezza ed aggiunzione dei funtori Hom prodotto tensoriale. Moduli piatti. Differenziali di Kähler. Anelli di frazioni e localizzazione. Esattezza della localizzazione. Proprietà locali. Elementi interi, estensioni intere di anelli e chiusura integrale. Going Up, Going Down ed interpretazione geometrica. Anelli di valutazione. Cenni sui completamenti. Condizioni sulle catene, anelli e moduli artiniani e noetheriani. Teorema della beorema di Hilbert. Lemma di normalizzazione e Nullstellensatz. Anelli di valutazione discreta. Ideali frazionari e moduli invertibili. Divisori di Cartier e Weil, gruppo di Picard, applicazione ciclo. Domini di Dedekind e loro estensioni. Decomposizione degli ideali, inerzia e ramificazione. Dimensione di Krull, altezza di un ideale primo. Teorema dell'ideale principale. Caratterizzazione dei domini fattoriali. Anelli locali regolari. Finitezza della dimensione di un anello locale noetheriano.

Modalità di esame:
Esame scritto.

Criteri di valutazione:
La valutazione della preparazione dello studente si baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, l'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

Testi di riferimento:
Atiyah, Michael Francis, Introduzione all'algebra commutativa. Milano: Feltrinelli, 1981 Atiyah, Michael Francis, Introduction to commutative algebra. Reading [etc: Addison-Wesley, 1969

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il corso segue le dispense del corso di Andreas Gathmann alla TU Kaiserslautern, disponibili online all'indirizzo https://www.mathematik.uni-kl.de/~gathmann/en/commalg.php Sono inoltre disponibili fogli di esercizi sulla pagina Moodle del corso, con cadenza settimanale.

COMPLEX ANALYSIS

Titolare: Prof. MASSIMO LANZA DE CRISTOFORIS

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00

Prerequisiti:

Corsi di analisi del biennio e preferibilmente i corsi Metodi Matematici Analisi Funzionale 1

Conoscenze e abilità da acquisire:
proprieta' delle funzioni analitiche di variabile complessa e le loro applicazioni alla risoluzione di problemi al contorno

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Spiegazioni teoriche con esercizi ed esempi

Contenuti:
Differenziabilita' reale e complessa in dimensione finita ed infinita. Complessificazione di un problema reale Il teorema della mappa di Riemann, rappresentazione integrale delle funzioni olomorfe, comportamento al bordo ed applicazioni alla risoluzione di problemi al contorno

Modalità di esame:
Prove parziali ed esame finale orale

Criteri di valutazione:
Si valuteranno le conoscenze del candidato su ciascun argomento del programma

Testi di riferimento:
Cartan, Henri, Differential Calculus. : Herman, Paris, 1971 Lanza de Cristoforis, Massimo, Lezioni di Analisi Matematica 2. : Societa` Editrice Esculapio S.R.L.; country:ITA; place:Bologna, 2021 De Marco, Giuseppe, Selected topics of Complex Analysis. : , 2011 Fichera, Gaetano, Funzioni analitiche di una variabile complessa. Roma: Libreria Eredi Virgilio Veschi, 1970 Dalla Riva, Matteo; Lanza de Cristoforis, Massimo; Musolino, Paolo, Singularly Perturbed Boundary Value Problems. A Functional Analytic Approach. : Springer International Publishing; country:CHE; place:Cham, 2021 Johanis, Michal; Hájek, Petr, Smooth analysis in Banach spaces. : De Gruyter, 2014 Sauvigny, Friedrich, Partial Differential Equations 1. London: Springer London, Limited, 2012

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
I contenuti del corso sono coperti da dispense o riferimenti bibliografici che verranno indicati Si segnalano in particolare Giuseppe De Marco, Selected topics of Complex Analysis AA. 2011-12 Phaidra: https://phaidra.cab.unipd.it/detail/o:445875#?q=Selected Gaetano Fichera, Luciano De Vito, Funzioni analitiche di una variabile complessa. Libreria Eredi Virgilio Veschi, Roma 1970. Petr Hájek, Michal Johanis, Smooth Analysis in Banach Spaces, De Gruyter 2014 Friedrich Sauvigny, Partial differential equations, 1, Springer 2012. Per preliminari di calcolo differenziale si riferira` anche a H. Cartan, Differential calculus, Hermann, Paris, 1977. M. Lanza de Cristoforis, Lezioni di Analisi Matematica 2, Societa' Editrice Esculapio S.R.L., 2021.

CRYPTOGRAPHY

Titolare: Prof. ALESSANDRO LANGUASCO

Mutuato da: Laurea magistrale in Cybersecurity (Ord. 2020)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 40A+8E; 6,00

Prerequisiti:
Per la prima parte (Prof. Languasco; 6 CFU): Gli argomenti dei corsi di Algebra (congruenze, gruppi e gruppi ciclici, campi finiti), Analisi I (calcolo differenziale ed integrale, serie numeriche) del corso di studi in Matematica. Per la seconda parte (Prof. Conti and Prof. (da determinare); 6 CFU): OS, Programming.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Per la prima parte (Prof. Languasco; 6 CFU): Lo scopo della prima parte del corso e' quello di offrire una panoramica delle basi teoriche necessarie per permettere uno studio critico dei protocolli crittografici usati oggigiorno in molte applicazioni (autenticazione, commercio digitale). Nella prima parte verranno esposti gli strumenti matematici di base (essenzialmente dalla teoria elementare ed analitica dei numeri) necessari per comprendere il funzionamento dei moderni metodi a chiave pubblica. Nella seconda parte vedremo come applicare queste conoscenze per studiare in modo critico alcuni protocolli crittografici. For the second part (Prof. Conti; 3 CFU): Students will be able to identify, classify, describe, explain, and correlated the key concepts of cybersecurity attacks and defenses. For the second part (Prof. (da determinare; 3 CFU): Assess the risks to which an IT system is exposed, Explain how an attack works, Describe, explain and generalize software vulnerabilities, Avoid software pitfalls.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali in classe, se possibile. In presenza di una continuata emergenza sanitaria, mediante teleconferenza.

Contenuti:
Per la prima parte (Prof. Languasco; 6 CFU): First Part: Basic theoretical facts: Modular arithmetic. Prime numbers. Little Fermat theorem. Chinese remainder theorem. Finite fields: order of an element and primitive roots. Pseudoprimality tests. Agrawal-Kayal-Saxena's test. RSA method: first description, attacks. Rabin's method and its connection with the integer factorization. Discrete logarithm methods. How to compute the discrete log in a finite field. Elementary factorization methods. Some remarks on Pomerance's quadratic sieve. Protocols and algorithms. Fundamental crypto algorithms. Symmetric methods (historical ones, DES, AES) . Asymmetric methods. Attacks. Digital signature. Pseudorandom generators (remarks). Key exchange, Key exchange in three steps, secret splitting, secret sharing, secret broadcasting, timestamping. Signatures with RSA and discrete log. Per la seconda parte (Prof. Conti and Prof. (da determinare); 6 CFU): Introduction to Cybersecurity, User Authentication, Access Control, Database Security, Malicious Software, Denial-of-Service Attacks, Intrusion Detection, Firewalls and Intrusion Prevention Systems, Operating System Security, Trusted Computing and Multilevel Security. The execution environment of a program and the vulnerabilities resulting from the threat model of the time. Languages and threat models. Control hijacking: attack. Control hijacking: defense. Security of operating systems and principle of least privilege necessary (and examples of privilege escalation). Sandboxing and interaction with legacy code. Flaw search techniques.

Modalità di esame:
Per la prima parte (Prof. Languasco; 6 CFU): Esame scritto svolto in presenza se possibile; se non possibile per questioni sanitarie, esame scritto svolto in teleconferenza. Per la seconda parte (Prof. Conti and Prof. (da determinare); 6 credits): Esame scritto, progetti assegnati da svolgere a casa, esame orale.

Criteri di valutazione:
Per la prima parte (Prof. Languasco; 6 CFU): Durante la prova scritta lo studente dovra' rispondere ad alcune domande relative al programma svolto dimostrando di aver compreso gli argomenti del corso. Il massimo dei voti (30/30) verra' assegnato in presenza di un compito privo di errori. Il docente si riserva di fare alcune domande orali nel caso in cui sia necessario investigare ulteriormente la preparazione del candidato. L'orale sara' in presenza se

possibile o in videoconferenza se l'emergenza sanitaria sara' ancora presente. Per la seconda parte (Prof. Conti and Prof. (da determinare); 6 CFU): Evaluation of both theoretical competence and operational ability to apply what has been learned to a real case.

Testi di riferimento:
A. Languasco; A. Zaccagnini, Manuale di Crittografia. Milano: Hoepli, 2015 Stallings, William; Brown, Lawrie, Computer security principles and practice. Boston [etc.]: Pearson, 2015 Knospe, Heiko, A Course in Cryptography. Providence: American Mathematical Society, 2019 Wenliang Du, Computer Security: a hands-on approach. : Create Space Independent Publishing Platform, 1 ed, 2017 Pfleeger, Charles P.; Pfleeger, Shari Lawrence, Security in Computing. : Prentice Hall; 5 edition, 2015

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Per la prima parte (6 CFU): Utilizzeremo i seguenti testi: 1) A.Languasco, A.Zaccagnini - Manuale di Crittografia - Hoepli Editore, 2015. (italian). 2) N. Koblitz - A Course in Number Theory and Cryptography -Springer, 1994. 3) H. Knospe - A Course in Cryptography - American Mathematical Society, 2019. 4) R. Crandall, C.Pomerance - Prime numbers: A computational perspective - Springer, 2005. 5) B. Schneier - Applied Cryptography - Wiley, 1994.

FINAL EXAM

Titolare: da definire

Periodo: II anno, annuale

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: ; 36,00

HOMOLOGY AND COHOMOLOGY

Titolare: Prof. JAKOB SCHOLBACH

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 48A; 6,00

Prerequisiti:
Ci si aspetta che lo studente abbia gia' visto la possibilita' di associare degli invarianti a spazi topologici (gruppo fondamentale..). Basic commutative algebra.

Conoscenze e abilità da acquisire:
The student should understand the meaning of invariants for a topological space

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
in class and homeworks.

Contenuti:
Starting from the basic definition of the algebraic topology we will introduce the definition of homology and cohomology for a topological space. Singular, simplicial, cellular, relative, excisin, mayer-vietoris. Tor and Ext: universal coefficients theorem. Cup and cap product: teh ring structure on the cohomology of a projective space and some other particular topological spaces. Eventually Poincare' duality.

Modalità di esame:
taylored on the basis of the students attitudes: written and homeworks during the semester.

Criteri di valutazione:
some new techniques will be introduced: we expect the student shows how to master them.

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
we will indicate them during the class: as part of books or/and notes. J.Rotman "Introduction to algebraic topology" Springer A. Hatcher "Algebraic Topology"

INTRODUCTION TO GROUP THEORY

Titolare: Prof. ANDREA LUCCHINI

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Conoscenze di base di algebra (quelle fornite dai corsi del primo e secondo anno)

Conoscenze e abilità da acquisire:

Il corso intende fornire una introduzione generale alla teoria dei gruppi, descrivendo i risultati e le metodologie piu' importanti e applicare successivamente queste conoscenze all'approfondimento di alcune tematiche in particolare (ad esempio lo studio dei gruppi profiniti).

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

Contenuti:
Introduzione generale alla teoria dei gruppi: azioni di gruppo, gruppi risolubili e nilpotenti, gruppi finitamente presentati. Cenni sulla classificazione dei gruppi semplici. Gruppi topologici e gruppi profiniti (caratterizzazioni, completamenti profiniti, gruppi profiniti a base numerabile, condizioni aritmetiche sui gruppi profiniti, sottogruppi di indice finito, gruppi di Galois di estensioni infinite). Metodi probabilistici in teoria dei gruppi.

Modalità di esame:
Esame orale. Al candidato sara' chiesto di presentare gli argomenti piu' importanti svolti duranti il corso e di risolvere esercizi su queste tematiche.

Criteri di valutazione:
Verifica sulla apprendimento delle nozione insegnate e sull'abilita' della rispettiva applicazione

Testi di riferimento:
J. Wilson, Profinite groups. Oxford: Clarendon Press, 1998 I.M. Isaacs, Finite group theory. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2008

INTRODUCTION TO RING THEORY

Titolare: Prof. ALBERTO TONOLO

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Corsi di “Algebra 1” e “Algebra 2”.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Questo e’ un primo corso su anelli non commutativi, categorie e moduli su anelli non commutativi.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Le lezioni saranno svolte su tablet e messe a disposizione degli studenti. Gli studenti verranno coinvolti durante le lezioni con domande e proposte di esercizi.

Contenuti:
Anelli. Categorie, funtori. Moduli e loro omomorfismi, bimoduli, sottomoduli e quozienti. Trasformazioni naturali. Insiemi di generatori, sottomoduli massimali, moduli liberi e anelli IBN, sequenze esatte, moduli proiettivi, prodotto tensoriale di moduli, moduli proiettivi su Z. Sottocategorie. Moduli semplici, semisemplici, noetheriani, artiniani, di lunghezza di composizione finita. Anelli artiniani semisemplici, anelli artiniani, il radicale di Jacobson, anelli locali, moduli iniettivi, ricoprimenti proiettivi, inviluppi iniettivi.

Modalità di esame:
Prova scritta ed eventuale prova orale

Criteri di valutazione:
Conoscenza della materia, delle tecniche e delle dimostrazioni viste nell'ambito del corso

Testi di riferimento:
Alberto Facchini, Introduction to Ring and Module Theory. : Libreria Progetto, 2020

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Alberto Facchini, Introduction to Ring and Module Theory. Padova: Libreria Progetto, 2020. In vendita alla Libreria Progetto, Via Marzolo 2, Padova

NUMBER THEORY 1

Titolare: Prof. MATTEO LONGO

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Preparazione di base di Analisi, Algebra, Topologia e Geometria. Teoria di Galois. Utile ma non indispensabile Algebra Commutativa.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Le conoscenze principali da acquisire sono: 1) la teoria algebrica degli anelli degli interi algebrici e anelli di Dedekind 2) la teoria del discriminante 3) estensioni quadratiche e ciclotomiche 4) decomposizione dei primi in una estensione, specialmente nel caso di i Galois 5) Teoria di base delle valutazioni 6) la nozione di numero di classi di un corpo di numeri algebrici 7) Finitezza del numero di classi 8) Risultati principali sulle unità (Teorema di Dirichlet) 9) La funzione zeta e le serie L

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Esame scritto

Contenuti:
1. Teoria algebrica di base dei gruppi e anelli commutativi. 2. Fattorizzazione di elementi e di ideali 3. Domini di Dedekind. 4. Corpi di numeri algebrici. Corpi ciclotomici e quadratici. 5. Anelli di interi. Proprietà di fattorizzazione. 6. Estensioni finite, decomposizione, ramificazione. Teoria della decomposizione di Hilbert. 7. Automorfismo di Frobenius, mappa di Artin; 8. Corpi quadratici e ciclotomici. Legge di reciprocità quadratica. Somme di Gauss. 9. Una introduzione alla teoria del corpo di classi. 10. Teoria di Minkowski (finitezza del numero di classi e teorema delle unità). 11. Serie di Dirichlet, funzione zeta, valori speciali e formula per il numero di classi.

Modalità di esame:
Esame scritto

Criteri di valutazione:
Si valuterà il grado di comprensione e di assimilazione del materiale presentato. Si apprezzeranno e valuteranno anche l'impegno di studio, l'interesse per la materia e la capacità di risolvere problemi.

Testi di riferimento:
Daniel A. Marcus, Number Fields. : Springer - Second Edition, 2018 Neukirch, Jurgen, Algebraic number theory. Berlin \etc.!: Springer, 1999 Stewart, Ian and Tall, David, Algebraic number theory and Fermat's Last Theorem. : Taylor & Francis Group, 2016

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
E' possibile che uno studente trovi più semplice studiare uno o più argomenti in altri libri di testo o in note di corsi reperibili online. Quando possibile, l'insegnante darà indicazioni su dove reperire tale materiale. Le note del corso sono pubblicate su Moodle. Tutto il materiale bibliografico adottato è accessibile gratuitamente online come e-book attraverso la Biblioteca del Dipartimento. Domandare ai bibliotecari le modalità di accesso.

NUMBER THEORY 2

Titolare: Prof. ADRIAN IOVITA

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00

Prerequisiti:
Teoria di Numeri 1.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Conoscenze in algebra commutativa e topologia.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni alla lavagna.

Contenuti:
Nel corso studieremo la teoria dei campi locali seguendo il libro di J.-P. Serre "Local fields". Si studieranno: aneli di valutazione e i loro completamenti, campi di valutazioni discreta e le loro estensioni finite, la filtrazione di ramificazione del gruppo di Galois di un campo locale. Come applicazione si studieranno le forme modulari p-adiche.

Modalità di esame:
Ci saranno compiti settimanali, un compitino a meta sessione ed un'esame scritto finale.

Criteri di valutazione:
I compiti verrano valutati 40% del voto, il compitino 20% e l'esame finale 40%.

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
J.-P. Serre, Local fields. H.P.F. Swinnerton-Dyer, On l-adic representations and congruences between the coefficients of modular forms.

REPRESENTATION THEORY OF GROUPS

Titolare: Prof.ssa GIOVANNA CARNOVALE

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00

Prerequisiti:
Nozioni di base di algebra lineare e di teoria dei gruppi.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Lo studente apprenderà le nozioni di base sulle rappresentazioni complesse dei gruppi finiti e la classificazione delle algebre di Lie semisemplici complesse.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali. Agli studenti saranno proposti esercizi che dovranno risolvere in autonomia, da soli o in gruppo, al di fuori dell'orario del corso.

Contenuti:
Rappresentazioni. Rappresentazioni irriducibili. Teorema di Maschke. Caratteri. Ortogonalita'. Rappresentazioni Indotte, formual di Mackey. Reciprocita' di Frobenius-Schur. Indicatore di Frobenius. Gruppi compatti. Gruppi algebrici lineari e loro algebra di Lie. Algebre di Lie risolubili e nilpotenti. Algebre di Lie semisemplici. Criterio di Cartan. Forma di Killing. Teorema di Weyl. Decomposizione in spazi radice. Sistemi di radici. Classificazione delle algebre di Lie semisemplici. Algebra inviluppante universale. Rappresentazioni irriducibili di dimensione finita di un'algebra di Lie semisemplice.

Modalità di esame:
Salvo modifiche dovute ad eventuali emergenze sanitarie, l'esame sarà scritto, dato da una serie di esercizi.

Criteri di valutazione:
Gli scritti saranno valutati in base alla completezza, correttezza e chiarezza espositiva.

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
J.P. Serre, Répresentations Linéaires des Groupes Finis; (there exists also an English version); J. Humphreys, Introduction to Lie algebras and Representation Theory, GTM 9 Springer P. Etingof et al, Introduction to representation theory, AMS Macdonald's lectures in: Lectures on Lie groups and Lie algebras, Carter, Segal, Macdonald, Cambridge University Press, 1995

RINGS AND MODULES

Titolare: Prof. JORGE NUNO DOS SANTOS VITORIA

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00

Prerequisiti:
Contenuto dei corsi di Algebra della laurea triennale e nozioni di base di teoria dei moduli su anelli arbitrari.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Scopo del corso e' di apprendere le nozioni e istrumenti di base in teoria delle categorie e algebra omologica, e come applicarli allo studio dei moduli sugli anelli.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Verranno distribuite liste settimanali di esercizi da risolvere per verificare e approfondire l'apprendimento delle nozioni impartite. Verranno distribuite dopo ogni lezione.

Contenuti:
Categorie, funtori e trasformazioni naturali. Funtori aggiunti. Categorie additive e abeliane. Categorie di funtori. Limiti e colimiti. Pullback e pushout. Funtori esatti a sinistra e funtori esatti a destra. Ogetti proiettivi, iniettivi e piatti. Esempi di algebre di camini di quiver su un campo. Categorie di complessi di catene e categoria omotopica. Funtori derivati destri e sinistri. I funtori Tor e Ext. Le estensioni di Yoneda. Dimensioni piatte, proiettive e iniettive di moduli su anellie loro caratterizzazioni in termini dei funtori derivati. Dimensione globale. La categoria di omotopia di moduli proiettivi su anelli di dimensione globale minore o uguale a 1.

Modalità di esame:
Esame scritto. Ci sarà la possibilità di eseguire anche un'esame orale (oltre allo scritto) sotto richiesta.

Criteri di valutazione:
Apprendimento delle nozione e tecniche insegnate. Abilita' nelle rispettive applicazioni. Chiarezza espositiva.

Testi di riferimento:
Rotman, Joseph J, An Introduction to Homological Algebra. New York, NY: Springer New York, 20090101 Weibel, Charles A, An Introduction to Homological Algebra. New York: Cambridge University Press, 19940429 Steffen Oppermann, Homological algebra. : , 2016

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Note delle lezioni impartite, svolgimento degli esercizi proposti. Consultazione dei testi di riferimento.

SEMINAR ACTIVITIES

Titolare: Prof. FABIO MARCUZZI

Periodo: I anno, annuale

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: ; 4,00

SYMPLECTIC MECHANICS

Titolare: Prof. FRANCESCO FASSO`

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00

Prerequisiti:
Nozioni di base di Geometria Differenziale (varieta`, forme differenziali, campi vettoriali), al livello al quale sono trattati nel corso di "Differential Geometry" al primo semestre. Conoscenze elementari di meccanica Lagrangiana ed Hamiltoniana (al livello del corso di "Fisica Matematica" del II anno della Laurea Triennale) sono utili, anche se non strettamente necessarie.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso fornisce un'introduzione alla geometria simplettica, alla meccanica Hamiltoniana su varieta` simplettica, ai gruppi di Lie e alle loro azioni. Particolare attenzione e` posta alle simmetrie e all'integrabilita`. L'enfasi e` sugli aspetti differenziali e topologici della materia.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali ed esercitazioni

Contenuti:
1. Varieta` simplettiche e sistemi Hamiltoniani. Richiami di meccanica Hamiltoniana in R^(2n). Forme simplettiche e geometria simplettica. Fibrati cotangenti. L'algebra di Lie dei campi vettoriali Hamiltoniani. Mappe simplettiche e funzioni generatrici. Equazione di Hamilton-Jacobi e sottovarieta` Lagrangiane. Varieta` di Poisson. Esempi. 2. Gruppi di Lie e le loro azioni. Gruppi di Lie e la loro struttura geometrica (algebre di Lie, mappa esponenziale, tori massimali). Struttura di Lie-Poisson del duale di un'algebra di Lie; orbite coaggiunte. Azioni di gruppi di Lie. Spazi quoziente. Fibrati principali. Esempi. 3. Simmetria, riduzione e leggi di conservazione. Campi vettoriali invarianti. Riduzione. Ricostruzione. Equilibri relativi. Azioni Hamiltoniane su varieta` simplettiche. Azioni liftate su fibrati cotangenti. Mappa momento. Riduzione simplettica e di Poisson. Sistemi Hamiltoniani invarianti a sinistra su fibrati cotangenti di gruppi di Lie. Esempi. 4. Integrabilita`. Azioni di toro e integrabilita`. Il teorema di Lioville-Arnold e alcune generalizzazioni. Esempi.

Modalità di esame:
Esame orale sugli argomenti trattati nel corso.

Criteri di valutazione:
Valutazione della conoscenza e della comprensione matematica della materia.

Testi di riferimento:
McDuff, Dusa, Salamon, Dietmar, Introduction to symplectic topology. : Oxford Mathematical Monographs, 1998 Arnol?d, V. I., Mathematical methods of classical mechanics. Springer Verlag: 1989, J.E. Marsden and T.S. Ratiu, Introduction To Mechanics And Symmetry. 2nd edition.. : Springer, 2010 F. Cardin, Elementary Symplectic Topology and Mechanics. : Springer Verlag, 2015

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il materiale di studio verra` indicato e fornito durante il corso, nella forma di note e di indicazioni di parti selezionate di libri di testo.

TOPOLOGY 2

Titolare: Prof. ANDREA D'AGNOLO

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum ALGANT

Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00

Conoscenze e abilità da acquisire:
vedi sotto

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Categorie e Funtori Introdurremo il linguaggio di base delle categorie e dei funtori. Un punto fondamentale è il Lemma di Yoneda, che asserisce come una categoria C si immerga nella categoria dei funtori contravarianti da C alla categoria degli insiemi. Questo conduce naturalmente al concetto di funtore rappresentabile. Studieremo poi in dettaglio i limiti induttivi e proiettivi, con vari esempi. Categorie Additive ed Abeliane Lo scopo è di definire e studiare i funtori derivati di un funtore F, esatto a sinistra (o a destra) tra categorie abeliane. A questo scopo, inizieremo con lo studiare i complessi (semplici e doppi) nelle categorie additive o abeliane. Quindi spiegheremo la costruzione del funtore derivato destro tramite risoluzioni iniettive, e tramite risoluzioni F-iniettive. Applicheremo questi risultati al caso dei funtori Tor ed Ext. Fasci Abeliani su Spazi Topologici Studieremo fasci abeliani su spazi topologici (con un breve accenno alle topologie di Grothendieck). Costruiremo il fascio associato ad un prefascio, e le usuali operazioni interne (Hom e ?) ed esterne (immagini diretta ed inversa). Spiegheremo anche come ottenere fasci localmente costanti, o localmente liberi, tramite incollamento. Coomologia di Fasci Dimostreremo che la categoria dei fasci abeliani ha abbastanza iniettivi e definiremo la coomologia dei fasci. Utilizzando il fatto che la coomologia di fasci localmente costanti è un invariante omotopico, mostreremo come calcolare la coomologia di spazi utilizzando la decomposizione cellulare, e dedurremo la coomologia di alcune varietà classiche.

Contenuti:

Solitamente si affronta lo studio della Topologia Algebrica tramite il gruppo fondamentale e l'omologia, definita tramite complessi di catene, mentre qui si pone l'accento sul lingaggio delle categorie e dei fasci, con particolare riferimento ai fasci localmente costanti. I fasci su di uno spazio topologico sono stati introdotti da Jean Leray per dedurre proprietà globali da proprietà locali. Questo strumento si è rivelato estremamente potente, ed ha applicazioni a vari campi della Matematica, dalla Geometria Algebrica alla Teoria Quantistica dei Campi. Su di uno spazio topologico, il funtore che assegna ad un fascio le sue sezioni globali è esatto a sinistra, ma non a destra, in generale. I suoi funtori derivati sono i gruppi di coomologia che codificano le ostruzioni al passaggio da locale a globale. I gruppi di coomologia del fascio costante sono invarianti topologici (ed anche omotopici) dello spazio di base. Spiegheremo come calcolarli in varie situazioni.

Modalità di esame:
tradizionale

Criteri di valutazione:
esame orale

Testi di riferimento:
Pierre Schapira, Algebra and Topology. : ,

Curriculum: Curriculum Applicativo

Curriculum: Curriculum Didattico

Curriculum: Curriculum Generale

Curriculum: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

ADVANCED ANALYSIS

Titolare: Prof. GIOVANNI COLOMBO

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

ADVANCED STOCHASTIC PROCESSES

Titolare: Prof.ssa ALESSANDRA BIANCHI

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

Tipologie didattiche: 32A+24E; 7,00

Prerequisiti:
Nozioni di base su processi stocastici. Moto browniano e sue proprietà fondamentali. Martingale a tempo discreto e continuo.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso intende fornire una conoscenza approfondita dei processi stocastici, ed in particolare dei processi Markoviani, sia dal punto di vista teorico ché applicativo. Da un lato verranno introdotti alcuni strumenti e temi probabilistici generali, quali le tecniche di grandi deviazione, la convergenza di misure e di processi, e le misure di Poisson. Dall'altro verranno mostrate applicazioni avanzate relative a processi su spazi discreti e su spazi continui.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali ed esercitazioni.

Contenuti:
1. Strumenti preliminari. Misure casuali di Poisson; Tecniche di grandi deviazioni; Convergenza delle misure. 2. Processi di Markov. Proprietà di Markov a tempo discreto e continuo; Generatori e semigruppi; Teoremi di convergenza; Distribuzioni stazionarie. 3. Applicazioni dei processi di Markov su spazi discreti. Processi di ramificazione; Sistemi di particelle interagenti. 4. Applicazioni dei processi di Markov su spazi continui. Problema di martingala e soluzione di SDE; Argomenti selezionati (tempi di primo passaggio e problema di Dirichlet; teoria del controllo ottimo). 5. Convergenza debole dei processi.

Condizioni di convergenza; Principio di invarianza; Convergenza a processi di Lévy.

Modalità di esame:
Esame composto da due prove parziali, una scritta (svolgimento di esercizi), una orale (di carattere teorico).

Criteri di valutazione:
Il superamento della prova scritta permette di accedere alla prova orale. La valutazione finale terrà conto di entrambe le prove.

Testi di riferimento:
Liggett, Thomas Milton, Continuous time Markov processes an introduction. Providence: American Mathematical Society, 2010 Whitt, Ward, Stochastic-process limits: an introduction to stochastic-process limits and their application to queues. New York, NY: Springer, 2002 Ethier, Stewart N; Kurtz, Thomas G, Markov processes characterization and convergence. New York, NY: John Wiley & Sons, 2009

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il materiale del corso (eventuali lezioni, fogli degli esercizi e testi dei compiti precedenti) verrà caricato sul sito moodle del corso.

CALCULUS OF VARIATIONS

Titolare: Prof. ROBERTO MONTI

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

DIFFERENTIAL EQUATIONS

Titolare: Prof. MARTINO BARDI

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00

DIFFERENTIAL GEOMETRY

Titolare: Prof. DAVIDE BARILARI

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Il corso richiede conoscenze di algebra lineare (spazi vettoriali, funzioni lineari, matrici, forme bilineari e, più in generale, forme multilineari) e di analisi matematica (calcolo differenziale e calcolo integrale per funzioni di una o più variabili). E' anche richiesta la conoscenza di alcune nozioni di topologia elementare (insiemi aperti, chiusi, connessi, compatti e loro principali proprietà).

Conoscenze e abilità da acquisire:
Al termine del corso si richiede che lo studente abbia acquisito familiarità con la nozione di varietà differenziabile e abbia raggiunto una buona padronanza, sia a livello teorico che pratico, del calcolo differenziale e integrale sulle varietà differenziabili. Si richiede che lo studente sia in grado di dimostrare i principali risultati studiati e che sia anche in grado di applicare tali risultati alla risoluzione di problemi concreti.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Le attività didattiche prevedono lezioni frontali in aula.

Contenuti:
1. Varietà differenziabili, mappe lisce tra varietà. Lo spazio tangente a una varietà in un suo punto, vettori tangenti e derivazioni. Sottovarietà: immersioni, sommersioni ed embeddings. 2. Fibrato tangente, campi vettoriali, flussi, Lie brackets. Distribuzioni integrabili e non integrabili. Il teorema di Frobenius. 3. Fibrato cotangente, fibrati vettoriali. Tensori. Forme differenziali su una varietà differenziabile, l'algebra esterna. Varietà orientabili e varietà con bordo. Integrazione di forme differenziali. Il teorema di Stokes. 4. Metriche su una varietà differenziabile: varietà Riemanniane. Geodetiche. Connessioni lineari compatibili con la metrica, la connessione di Levi-Civita. Il trasporto parallelo. Il tensore di curvatura di Riemann.

Modalità di esame:
La verifica delle conoscenze e delle abilità attese viene effettuata con una prova d'esame strutturata in una prova scritta seguita da una prova orale. Nella prova scritta viene richiesto allo studente di risolvere alcuni esercizi, i quali sono formulati in modo da permettere di verificare se lo studente è in grado di applicare le conoscenze teoriche acquisite alla risoluzione di problemi concreti. Lo studente che ottiene una valutazione sufficiente nella prova scritta è ammesso alla prova orale. Durante la prova orale vengono rivolte alcune domande al fine di verificare il grado di conoscenza dei vari argomenti trattati nel corso. Il voto finale viene formulato dal docente tenendo conto sia del voto ottenuto dallo studente nella prova scritta, sia dell'esito della prova orale.

Criteri di valutazione:

I criteri di valutazione con cui verrà effettuata la verifica delle conoscenze e delle abilità acquisite sono: 1. Completezza delle conoscenze acquisite; 2. Capacità di esporre le conoscenze acquisite in modo chiaro, usando un linguaggio appropriato; 3. Capacità di applicare le conoscenze acquisite alla risoluzione di problemi concreti.

Testi di riferimento:
Do Carmo, Manfredo Perdigao, Riemannian geometry. Boston: Birkhauser, 1992 Lee, John M., Introduction to smooth manifolds. New York: Springer, 2013

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Tutto il materiale di studio supplementare, come ad esempio note del corso e suggerimenti per ulteriori libri di testo, sarà reperibile consultando la pagina moodle del corso su elearning.unipd.it/math/

DYNAMICAL SISTEMS

Titolare: Prof. LUIS CONSTANTINO GARCIA NARANJO ORTIZ DE LA HUERTA

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

Tipologie didattiche: 32A+24E; 7,00

FUNCTIONS THEORY

Titolare: Prof. DAVIDE VITTONE

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Oltre ai corsi di Analisi 1 e 2, i corsi di Analisi Reale e di Analisi Funzionale 1

Conoscenze e abilità da acquisire:
Acquisire dimestichezza con i principali spazi di funzioni e di funzioni generalizzate. Padroneggiare le tecniche di base della teoria delle distribuzioni, delle funzioni di Sobolev e delle funzioni a variazione limitata. Acquisire dimestichezza con il linguaggio della teoria geometrica della misura. Essere in grado di sfruttare le conoscenze ottenute nel corso per la risoluzione di semplici problemi di Analisi Matematica.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali alla lavagna.

Contenuti:
Tra parentesi quadre vengono elencati gli argomenti che potrebbero essere omessi o presentati senza dimostrazioni a seconda del tempo a disposizione e/o degli interessi dell'uditorio. TEORIA DELLE DISTRIBUZIONI Definizione, derivate nel senso delle distribuzioni, ordine di una distribuzione, distribuzioni a supporto compatto, convoluzioni, distribuzioni temperate, trasformata di Fourier, applicazioni. SPAZI DI SOBOLEV Definizione e proprietà elementari, teoremi di approssimazione, teoremi di traccia al bordo e di estensione, disuguaglianze di Sobolev-Gagliardo-Nirenberg, Poincaré e Morrey, teoremi di compattezza. ELEMENTI DI TEORIA GEOMETRICA DELLA MISURA Richiami di teoria della misura, teoremi di ricoprimento e di derivazione di misure, misure e dimensione di Hausdorff, funzioni Lipschitziane e teorema di Rademacher, insiemi rettificabili, spazio tangente approssimato, [formule di area e coarea] FUNZIONI A VARIAZIONE LIMITATA Definizione, teoremi di approssimazione e compattezza, teoremi di traccia ed estensione, formula di coarea, insiemi di perimetro finito, disuguaglianze isoperimetriche, frontiera ridotta e teorema di struttura per insiemi di perimetro finito, [proprietà fini e teorema di decomposizione della derivata]

Modalità di esame:
Esercizi lasciati come compito a casa (un foglio di esercizi per ciascuna delle quattro parti del corso), in base ai quali verrà proposto un voto. In alternativa: esame scritto. Esame orale facoltativo.

Criteri di valutazione:
Padronanza delle conoscenze acquisite ed abilità nell'utilizzarle per la soluzione di semplici problemi. Completezza e chiarezza delle soluzioni degli esercizi proposti (anche di tipo teorico). In caso di esame orale, padronanza delle tecniche dimostrative esposte nel corso.

Testi di riferimento:
Evans, Lawrence Craig; Gariepy, Ronald F, Measure Theory and Fine Properties of Functions, Revised Edition. Oakville: Chapman and Hall/CRC, 2015 Ambrosio, Luigi, Corso introduttivo alla teoria geometrica della misura e alle superfici minime. Pisa: Scuola normale superiore, 1997 Bony, Jean-Michel, Analyse. Paris: Ecole polytechnique, 1988 Zemanian, Armen H., Distribution theory and transform analysis an introduction to generalized functions, with applications. New York [etc: McGraw-Hill, 1965

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Eventuali referenze bibliografiche non elencate tra i testi di riferimento verranno direttamente segnalati in aula.

HARMONIC ANALYSIS

Titolare: Prof. PAOLO CIATTI

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00

INTRODUCTION TO PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

Titolare: Prof.ssa LAURA CARAVENNA

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Calcolo integrale e differenziale: fondmamenti su integrazione e differenziazione, integrazione e derivazione esplicita di funzioni elementari, teorema fondamentale del calcolo integrale, elementi su curve e superfici. I teoremi di Green-Gauss-Stokes o della divergenza, come le procedure di limiti negli integrali, sono importanti ma saranno riviste a un livello di base. Teoria elementare delle equazioni differenziali ordinarie e sul problema di Cauchy. La classica buona positura, come le stime di Gronwall, saranno riviste a un livello di base. Nozioni di base di analisi complessa: cosa sono le funzioni di variabile complessa, olomorfe e analitiche, proprietà essenziali come le equazioni di Cauchy-Riemann.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Saper esporre nozioni basilari di parte della teoria consolidata sulle equazioni differenziali alle derivate parziali lineari e saper risolvere problemi di tipo e difficoltà analoghi a quelli proposti durante l'anno, un po' superiore per la lode. Riconoscere l'utilità delle applicazioni in altre discipline e l'importanza storica del tema. Corso di base, consigliato sia agli studenti con interessi di matematica pura che applicata, ed in particolare agli studenti con un curriculum di Analisi.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
La metodologia d'insegnamento utilizzata sara' la lezione frontale (utilizzo del tablet). Si proporranno piccole attività che richiedono la partecipazione attiva di chi frequenta.

Contenuti:
Piano didattico: - Equazioni del primo ordine: equazioni di trasporto a coefficienti costanti, leggi di conservazione (soluzoni classiche e deboli, condizioni di Rankine-Hugoniot, problema di Riemann). Cenni sul teorema di Cauchy-Kovalevskaya e sulla classificazione di alcune equazioni del secondo ordine. - Equazione delle onde: esistenza della soluzione, formula di D'Alembert, metodo delle medie sferiche, principio di Duhamel, unicita', velocita' finita di propagazione. - Equazione di Laplace, soluzione fondamentale, funzioni armoniche e principali proprieta', formule del valor medio, Teorema di Liouville, disuguaglianza di Harnack, principio del massimo. Equazione di Poisson. Funzione di Green e formula di Poisson di rappresentazione delle soluzioni. Cenni della teoria delle distribuzioni. Soluzioni deboli dell'equazione di Laplace su domini limitati sono funzioni armoniche. - Equazione del calore, soluzione fondamentale, esistenza delle soluzioni per il problema di Cauchy e formula di rappresentazione. Unicita' e stabilita' delle soluzioni. Formule del valor medio, principio del massimo, principio del massimo di Hopf.

Modalità di esame:
L'esame consiste di una prova orale. La prova verte sul programma svolto a lezione e consiste sia di domande teoriche che della risoluzione di qualche esercizio. Sarà possibile una prova ridotta mediante lo svolgimento di attività in itinere.

Criteri di valutazione:
I criteri adottati saranno i seguenti: -chiarezza e rigore dell’esposizione di enunciati e teoremi -completezza ed aderenza agli argomenti della trattazione - capacita' di utilizzare le conoscenze acquisite per risolvere esercizi e problemi.

Testi di riferimento:
Salsa, Sandro., Partial Differential Equations in Action: From Modelling to Theory. Cham: Springer International Publishing, 2016 Evans, Lawrence C., Partial differential equations. Providence: American Mathematical Society, 2010

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il primo libro è disponibile in biblioteca. Includeranno: Salsa, Sandro, Partial differential equations in actionfrom modelling to theorySandro Salsa, Cham [etc.], Springer, 2015. L.C. Evans, Partial Differential Equations, 2nd edition, Providence, Rhode Island, American Mathematical Society, 2010. W. A. Strauss, Partial Differential Equations. An Introduction, New York, Wiley, 1992.

INTRODUCTION TO STOCHASTIC PROCESSES

Titolare: Prof. BERNARDO D'AURIA

Mutuato da: Laurea magistrale in Scienze Statistiche

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

Tipologie didattiche: 64A; 8,00

NUMERICAL METHODS FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS

Titolare: Prof. MARIO PUTTI

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

Tipologie didattiche: 48A+16L; 7,00

STOCHASTIC ANALYSIS

Titolare: Prof. DAVID BARBATO

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

Tipologie didattiche: 32A+24E; 7,00

Prerequisiti:
Calcolo delle Probabilità, analisi di base (calcolo differenziale in R^d, equazioni differenziali ordinarie), teoria della misura.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso intende fornire una buona conoscenza, sia teorica ché pratica, del moto browniano, dell'integrale stocastico e del calcolo di Ito, fino ad arrivare alla definizione e allo studio delle equazioni differenziali stocastiche. Durante il corso verranno mostrate alcune applicazioni e i legami con l'analisi delle equazioni differenziali alle derivate parziali.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali ed esercitazioni.

Contenuti:
Motivazioni. Processi stocastici (nozioni di base). Richiami di calcolo delle probabilità: nozioni di convergenza, leggi normali multivariate, speranza condizionale. Moto browniano: costruzione e proprietà fondamentali. Martingale a tempo discreto e continuo. Integrale stocastico: costruzione e proprietà. Calcolo di Itô: formula di Itô, prime applicazioni (ad es. problema di Dirichlet), teorema di Girsanov, rappresentazione di martingale. Equazioni differenziali stocastiche: nozioni di esistenza e unicità, teorema fondamentale di esistenza e unicità, esempi, proprietà di Markov e diffusioni, formula di Feynman-Kac.

Modalità di esame:
Esame composto da due prove parziali, una scritta (svolgimento di esercizi), una orale (di carattere teorico).

Criteri di valutazione:
Il superamente della prova scritta permette di accedere alla prova orale. La valutazione finale terrà conto di entrambe le prove. La prova scritta consiste nella risoluzione di esercizi mentre la prova orale è dedicata alla teoria(definizioni e dimostrazioni).

Testi di riferimento:
Baldi, Paolo, Stochastic Calculus. : Springer, 2017

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il materiale del corso (eventuali lezioni, fogli degli esercizi e testi dei compiti precedenti) verrà caricato sul sito moodle del corso di laurea.

STOCHASTIC METHODS FOR FINANCE

Titolare: Prof. MARTINO GRASSELLI

Mutuato da: Scuola Galileiana di Studi Superiori - Classe di Scienze Naturali

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

Tipologie didattiche: 56A; 7,00

SYMPLECTIC MECHANICS

Titolare: Prof. FRANCESCO FASSO`

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme Padova to PSL

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00

Prerequisiti:
Nozioni di base di Geometria Differenziale (varieta`, forme differenziali, campi vettoriali), al livello al quale sono trattati nel corso di "Differential Geometry" al primo semestre. Conoscenze elementari di meccanica Lagrangiana ed Hamiltoniana (al livello del corso di "Fisica Matematica" del II anno della Laurea

Triennale) sono utili, anche se non strettamente necessarie.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso fornisce un'introduzione alla geometria simplettica, alla meccanica Hamiltoniana su varieta` simplettica, ai gruppi di Lie e alle loro azioni. Particolare attenzione e` posta alle simmetrie e all'integrabilita`. L'enfasi e` sugli aspetti differenziali e topologici della materia.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali ed esercitazioni

Contenuti:
1. Varieta` simplettiche e sistemi Hamiltoniani. Richiami di meccanica Hamiltoniana in R^(2n). Forme simplettiche e geometria simplettica. Fibrati cotangenti. L'algebra di Lie dei campi vettoriali Hamiltoniani. Mappe simplettiche e funzioni generatrici. Equazione di Hamilton-Jacobi e sottovarieta` Lagrangiane. Varieta` di Poisson. Esempi. 2. Gruppi di Lie e le loro azioni. Gruppi di Lie e la loro struttura geometrica (algebre di Lie, mappa esponenziale, tori massimali). Struttura di Lie-Poisson del duale di un'algebra di Lie; orbite coaggiunte. Azioni di gruppi di Lie. Spazi quoziente. Fibrati principali. Esempi. 3. Simmetria, riduzione e leggi di conservazione. Campi vettoriali invarianti. Riduzione. Ricostruzione. Equilibri relativi. Azioni Hamiltoniane su varieta` simplettiche. Azioni liftate su fibrati cotangenti. Mappa momento. Riduzione simplettica e di Poisson. Sistemi Hamiltoniani invarianti a sinistra su fibrati cotangenti di gruppi di Lie. Esempi. 4. Integrabilita`. Azioni di toro e integrabilita`. Il teorema di Lioville-Arnold e alcune generalizzazioni. Esempi.

Modalità di esame:
Esame orale sugli argomenti trattati nel corso.

Criteri di valutazione:
Valutazione della conoscenza e della comprensione matematica della materia.

Testi di riferimento:
McDuff, Dusa, Salamon, Dietmar, Introduction to symplectic topology. : Oxford Mathematical Monographs, 1998 Arnol?d, V. I., Mathematical methods of classical mechanics. Springer Verlag: 1989, J.E. Marsden and T.S. Ratiu, Introduction To Mechanics And Symmetry. 2nd edition.. : Springer, 2010 F. Cardin, Elementary Symplectic Topology and Mechanics. : Springer Verlag, 2015

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il materiale di studio verra` indicato e fornito durante il corso, nella forma di note e di indicazioni di parti selezionate di libri di testo.

Curriculum: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

BROWNIAN MOTION AND ASSET PRICING

Titolare: da definire

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

Prerequisiti:
CONTENUTO NON PRESENTE

Conoscenze e abilità da acquisire:
CONTENUTO NON PRESENTE

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Contenuti:
CONTENUTO NON PRESENTE

Modalità di esame:
CONTENUTO NON PRESENTE

Criteri di valutazione:
CONTENUTO NON PRESENTE

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
CONTENUTO NON PRESENTE

CONTINUOUS PROCESSES - ADVANCED

Titolare: da definire Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

CONTROL OF MARKOV CHAINES

Titolare: da definire

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

Prerequisiti:
CONTENUTO NON PRESENTE

Conoscenze e abilità da acquisire:
CONTENUTO NON PRESENTE

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Contenuti:
CONTENUTO NON PRESENTE

Modalità di esame:
CONTENUTO NON PRESENTE

Criteri di valutazione:
CONTENUTO NON PRESENTE

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
CONTENUTO NON PRESENTE

CONVEX ANALYSIS - ADVANCED

Titolare: da definire Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

DISCRETE PROCESSES

Titolare: da definire

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

Prerequisiti:
CONTENUTO NON PRESENTE

Conoscenze e abilità da acquisire:
CONTENUTO NON PRESENTE

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Contenuti:
CONTENUTO NON PRESENTE

Modalità di esame:
CONTENUTO NON PRESENTE

Criteri di valutazione:
CONTENUTO NON PRESENTE

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:

CONTENUTO NON PRESENTE

ENGLISH LANGUAGE

Titolare: da definire Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, annuale

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: ; 2,00

ENGLISH LANGUAGE 2

Titolare: da definire Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, annuale

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: ; 2,00

FUNCTIONAL ANALYSIS

Titolare: da definire

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: 64A; 8,00

Prerequisiti:
CONTENUTO NON PRESENTE

Conoscenze e abilità da acquisire:
CONTENUTO NON PRESENTE

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Contenuti:
CONTENUTO NON PRESENTE

Modalità di esame:
CONTENUTO NON PRESENTE

Criteri di valutazione:
CONTENUTO NON PRESENTE

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
CONTENUTO NON PRESENTE

GEOMETRY AND DIFFERENTIAL EQUATIONS

Titolare: da definire

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

Prerequisiti:
CONTENUTO NON PRESENTE

Conoscenze e abilità da acquisire:
CONTENUTO NON PRESENTE

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Contenuti:
CONTENUTO NON PRESENTE

Modalità di esame:

CONTENUTO NON PRESENTE

Criteri di valutazione:
CONTENUTO NON PRESENTE

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
CONTENUTO NON PRESENTE

GERMAN 1 AND 2

Titolare: da definire Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, annuale

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

MONTE-CARLO

Titolare: da definire

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

Prerequisiti:
CONTENUTO NON PRESENTE

Conoscenze e abilità da acquisire:
CONTENUTO NON PRESENTE

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Contenuti:
CONTENUTO NON PRESENTE

Modalità di esame:
CONTENUTO NON PRESENTE

Criteri di valutazione:
CONTENUTO NON PRESENTE

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
CONTENUTO NON PRESENTE

NON-PARAMETRIC STATISTICS

Titolare: da definire Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

NUMERICAL METHODS FOR TIME-DEPENDENT PROBLEMS

Titolare: da definire Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

OPTIMIZATION

Titolare: da definire Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

POISSON PROCESS

Titolare: da definire Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

RESEARCH INTERNSHIP

Titolare: da definire Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, annuale

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: ; 4,00

STATISTICAL LEARNING

Titolare: da definire Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 2 years

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

Curriculum: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

ADVANCED ANALYSIS

Titolare: Prof. GIOVANNI COLOMBO

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Elementi di analisi reale e funzionale (questi ultimi verranno richiamati nella prima lezione)

Conoscenze e abilità da acquisire:
Gli studenti saranno guidati in modo graduale nell'acquisizione di alcuni dei principali metodi e idee della moderna analisi non lineare. Questo dovrebbe condurli alla capacità di affrontare con semplicità un largo spettro di argomenti, sia applicativi che teorici.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali ed esercizi. Eventuali approfondimenti personali.

Contenuti:
Teoremi di punto fisso di Brouwer e Schauder, con applicazioni. Il teorema della palla pelosa. Differenziale di Gateaux e Fréchet, differenziabilità della norma negli spazi L^p. Il principio variazionale di Ekeland con alcune applicazioni (Il teorema di punto fisso di Banach, invertibilità locale infinito-dimensionale). Ulteriori applicazioni alle PDE e alla teoria del controllo. Elementi di Analisi Convessa: regolarità delle funzioni convesse, sottodifferenziale e vettori normali, coniugazione convessa, minimizzazione e diseguaglianze variazionali. Metodi variazionali: applicazioni al p-Laplaciano e ai problemi ellittici con ostacolo. Applicazione dell'analisi convessa a problemi quasi statici. Un' introduzione alla Teoria del Controllo. Chiusura dell'insieme delle traiettorie e esistenza di controlli ottimali per problemi di minimo. Condizioni necessarie per problemi di Controllo Ottimale. Il principio del Massimo di Pontryagin.

Controllabilità e Teorema di Rashewskii-Chow (cenni).

Modalità di esame:
Un esame orale sui principali argomenti del corso, che include lo svolgimento di qualche esercizio tra quelli assegnati durante il corso.

Criteri di valutazione:
Sarà valutata la buona comprensione degli argomenti, dei risultati e delle principali idee presentate nel corso. Anche l'approfondimento di un particolare argomento o applicazione potrà essere oggetto di giudizio.

Testi di riferimento:
Bressan, Piccoli, Introduction to the Mathematical Theory of Control (AIMS on Applied Mathematics). : American Institute on Applied Mathematics, Ekeland,Temam, Convex analysis and variational problems (Classics in Applied Mathematics).. : ,

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Tutte le lezioni saranno svolte usando una lavagna elettronica proiettata sullo schermo. Le lezioni saranno poi messe a disposizione degli studenti, in formato pdf, entro 24 ore dal loro svolgimento.

CALCULUS OF VARIATIONS

Titolare: Prof. ROBERTO MONTI

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
I corsi di analisi 1, analisi 2 e analisi reale

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il formalismo classico del calcolo delle variazioni nel suo sviluppo storico con applicazioni e motivazioni in geometria e fisica. Lo sviluppo della teoria moderna del calcolo delle variazioni nell'ambito degli spazi di Sobolev ed i problemi di regolarità collegati. Introduzione alla teoria del trasporto ottimo.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni alla lavagna

Contenuti:
Vedere sezione in inglese

Modalità di esame:
Fogli di esercizi ed esame orale

Criteri di valutazione:
Il docente verificherà la preparazione dello studente sugli argomenti principali del corso

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il materiale di studio verrà comunicato durante il corso.

CONTROL OF MARKOV CHAINES

Titolare: da definire

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

DIFFERENTIAL EQUATIONS

Titolare: Prof. MARTINO BARDI

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00

Prerequisiti:
Calcolo differenziale e integrale in più variabili; teoria di base sulle equazioni differenziali ordinarie; alcuni risultati classici di analisi funzionale.

Conoscenze e abilità da acquisire:

Il corso ha come primo scopo di portare lo studente ad acquisire familiarita' e padronanza con metodi di analisi e soluzione di equazioni alle derivate parziali non lineari di tipo Hamilton-Jacobi. Inoltre si intende sviluppare la capacita' di applicare tali equazioni a problemi di controllo ottimo di sistemi dinamici anche con piu' agenti, mediante un'introduzione alla teoria elementare dei giochi e poi a quella dei giochi differenziali, anche a campo medio.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali. Viene utilizzato un tablet e le lezioni vengono messe a disposizione degli studenti alla fine di ogni settimana sotto forma di file PDF scaricabile dal sito del docente. Vengono proposti esercizi la cui soluzione puo' far parte degli argomenti d'esame.

Contenuti:
1a parte: - Equazioni di Hamilton-Jacobi: modelli e motivazioni. - Il metodo delle caratteristiche. - Collegamenti con la meccanica analitica e il calcolo delle variazioni; formule di Hopf-Lax. - Introduzione alle soluzioni di viscosità: buona posizione dei problemi di Dirichlet e di Cauchy. - Introduzione alla teoria del controllo ottimo: programmazione dinamica ed equazioni di Bellman, sintesi di feedback ottimali. 2a parte: - Giochi a somma nulla e matriciali: il teorema min-max e le sue conseguenze. - Giochi a N persone: equilibri di Nash. - Giochi differenziali a 2 persone: teoremi di verifica e equilibri di Nash in forma feedback. - Giochi differenziali a somma nulla: strategie causali e la definizione di valore; Programmazione dinamica ed equazione di H-J-Isaacs; esistenza del valore. - Giochi a campo medio determistici: motivazioni della teoria, derivazione del sistema di equazioni a derivate parziali; unicita' della soluzione; alcuni risultati di esistenza, con esempi.

Modalità di esame:
Prova orale o sul programma svolto, comprensivo degli esercizi proposti, o, a scelta dello studente, su un approfondimento di un argomento collegato a quelli del corso.

Criteri di valutazione:
La valutazione della preparazione dello studente si basera' sulla comprensione e padronanza dei concetti e dei risultati proposti a lezione e sulla capacita' di utilizzarli in modo autonomo e consapevole anche in problemi connessi ai temi del corso ma non svolti a lezione.

Testi di riferimento:
E.N. Barron, Game theory. Hoboken: Wiley, 2008 M. Bardi, Notes of the course "Differential Equations". : , 2022 L.C. Evans, Partial Differential Equations. Providence: A.M.S., 1998 P. Cardaliaguet, Notes on Mean Field Games. : , 2010 M. Bardi, I. Capuzzo-Dolcetta, Optimal control and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations. Boston: Birkhauser, 1997

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Vengono indicati tre testi di riferimento e una dispensa del docente sulla seconda meta` del corso.

DISCRETE PROCESSES

Titolare: da definire

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

DYNAMICAL SISTEMS

Titolare: Prof. LUIS CONSTANTINO GARCIA NARANJO ORTIZ DE LA HUERTA

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: 32A+24E; 7,00

Prerequisiti:
1. Conoscenze di base sulle equazioni differenziali ordinarie e la teoria qualitativa delle equazioni differenziali ordinarie, al livello di quanto fatto per esempio nel corso di "Fisica Matematica" del II anno della laurea in Matematica di questo Ateneo. 2. Per la parte numerica, e` utile una conoscenza di base del linguaggio di programmazione "Mathematica", al livello dei tutorial periodicamente offerti dal CCS e disponibili sul canale YouTube del Dipartimento di Matematica.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso fornisce un'introduzione ai sistemi dinamici differenziabili, particolarmente continui (=equazioni differenziali ordinarie), ma anche discreti (=iterazioni di mappe). Il corso fornisce una panoramica di risultati classici sulle equazioni differenziali, con attenzione ad orbite periodiche (mappe di Poincare'), classificazione locale, varieta` stabile centrale e anche sul caos nel ambito iperbolico. Il corso e` completato da esercitazioni numeriche al calcolatore, svolte dagli studenti in aula, volte a far acquisire tecniche e competenze di base necessarie all'investigazione numerica delle equazioni differenziali ordinarie e all'analisi numerica dei sistemi dinamici. Lo studente acquisira` conoscenze approfondite su questi argomenti della teoria dei sistemi dinamici differenziabili e sviluppera` una capacita` di studiare tali problemi con tecniche analitiche e numeriche. L'analisi di un certo numero di applicazioni favorira` tale apprendimento.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali. Lezioni in laboratorio numerico. Svolgimento individuale o (raccomandato) a piccoli gruppi di lavori numerici.

Contenuti:
1. Sistemi dinamici continui (equazioni differenziali ordinarie, flussi) e discreti (iterazioni di mappe). Linearizzazione, equazione alle variazioni. Sistemi dinamici lineari continui e discreti; sottospazi stabile, instabile e centrale. 2. Orbite periodiche: mappa di Poincare'; stabilita`: matrice di monodromia. Applicazioni. Teorema di Poincare'-Bendixson. 3. Punti fissi iperbolici: teorema di Grobman-Hartman, teorema della varieta` stabile. Persistenza e bifurcazioni di punti fissi e di orbite periodiche. 4. Teorema della varieta' centrale e teorema centrale di Lyapunov. 5. Sistemi iperbolici e fenomeni omoclini; ferro di cavallo di Smale; dinamica simbolica; metodo di Melnikov; shadowing, esponenti di Lyapunov. 6. Esperimenti numerici.

Modalità di esame:

Orale, con discussione di argomenti di teoria e discussione degli elaborati numerici assegnati durante il corso. Per lo svolgimento degli elaborati numerici gli studenti potranno lavorare a loro scelta individualmente o a coppie. Questo format dell'esame permette di valutare 1) il livello di conoscenze teoriche e comprensione matematica della materia raggiunto dallo studente, e 2) la capacita` di investigazione numerica dei sistemi dinamici, ed in particolare di analisi e comprensione dei risultati numerici, raggiunta dallo studente.

Criteri di valutazione:
Verranno valutati la conoscenza della materia, il livello di comprensione matematica della materia, la qualita` del lavoro numerico, e la capacita` di analisi ed interpretazione dei risultati del lavoro numerico svolto nel quadro teorico sviluppato nel corso.

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
I prerequisiti sulla teoria qualitativa delle equazioni differenziali sono coperti, per esempio, in 1. V.I. Arnold, Equazioni Differenziali Ordianrie (MIR, 1979) 2. M.W. Hirsh e S. Smale, Differential equations, dynamical systems, and linear algebra (Academic Press, 1974) 3. F. Fasso`, Primo sguardo ai sistemi dinamici. CLEUP Il programma del corso e` coperto in dispense del docente, che verranno distribuite durante il corso e, per certi argomenti in 4. G. Benettin, "Introduzione ai sistemi dinamici-Cap. 2: Introduzione ai Sistemi Dinamici Iperbolici" (http://www.math.unipd.it/~benettin/) Fra i testi di consultazione si segnalano: 5. E. Zhender, Lectures on Dynamical Systems (EMS, 2010) 6. C. Chicone, Ordinary Differential Equations with Application (II ed), Springer. Il lavoro in laboratorio utilizzera` il software Mathematica; una conoscenza elementare del suo utilizzo e` opportuna. Un tutorial in due lezioni e` scaricabile dal canale YouTube del Dipartimento di Matematica https://www.youtube.com/watch?v=JfRzv6r0wqM https://www.youtube.com/watch?v=tUuwgiGipfw

ENGLISH LANGUAGE

Titolare: da definire Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, annuale

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: ; 2,00

FUNCTIONAL ANALYSIS

Titolare: da definire

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: 64A; 8,00

GEOMETRY AND DIFFERENTIAL EQUATIONS

Titolare: da definire

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

HARMONIC ANALYSIS

Titolare: Prof. PAOLO CIATTI

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00

Prerequisiti:
Corsi di analisi dei primi due anni, e, preferibilmente, anche i corsi di Analisi Reale e Metodi Matematici. In particolare sarà necessario conoscere la teoria dell’integrale di Lebesgue (fino ai teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale) e i risultati fondamentali sugli spazi L^p. E’ inoltre necessario conoscere i risultati principali sugli spazi di Hilbert. Infine, può essere utile un po’ di dimestichezza con la teoria delle funzioni olomorfe.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Trasformata di Fourier. Integrali oscillanti. Metodi combinatorici in analisi.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Spiegazioni teoriche con esercizi ed esempi. Le lezioni saranno svolte alla lavagna.

Contenuti:
Definizione e proprietà elementari della convoluzione. Disuguaglianza di Young per la convoluzione. Operatore massimale di Hardy-Littlewood. Teorema

massimale. Limitatezza dell'operatore massimale sugli spazi di Lebesgue. Teorema fondamentale del calcolo per l'integrale di Lebesgue. Approssimazioni dell'unità. Teorema di interpolazione di Riesz-Thorin. Definizione della trasformata di Fourier di una funzione integrabile e di una misura complessa. Proprietà elementari della trasformata. Teorema di inversione. Definizione della trasformata in L^2 eTeorema di Plancherel. Principio di indeterminazione. Definizione della trasformata di Fourier negli spazi L^p con 1

Modalità di esame:
Problemi svolti a casa ed esame finale orale.

Criteri di valutazione:
Il voto finale sarà basato sulla valutazione dei problemi assegnati per casa e sul livello di comprensione della materia dimostrato durante l'esame orale.

Testi di riferimento:
E. M. Stein, Harmonic Analysis: Real-Variable Methods, Orthogonality, and Oscillatory Integrals. : , Thomas H. Wolff, Lectures in harmonic analysis. : ,

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Le lezioni saranno video registrate. I video della lezioni rimarranno poi a disposizione degli studenti per tutto l'anno accademico.

INTRODUCTION TO STOCHASTIC PROCESSES

Titolare: Prof. BERNARDO D'AURIA

Mutuato da: Laurea magistrale in Scienze Statistiche

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: 64A; 8,00

Prerequisiti:
Un corso base di Calcolo delle Probabilità.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Conoscenza approfondita di modelli Markoviani a tempo discreto e tempo continuo, con capacita' di risolvere autonomamente esercizi e problemi anche di livello avanzato.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
64 ore di lezioni frontali (34 teoria e 30 esercitazioni)

Contenuti:
Definizione di processo stocastico. Probabilità condizionata e valore atteso condizionato. Indipendenza condizionata. Catene di Markov a tempo discreto: definizione. Matrice di transizione, leggi congiunte e proprietà di Markov. Random Walk e sue proprietà. Catene ricorrenti, positivamente ricorrenti e transienti. Criterio della matrice potenziale. Tempi di arresto e proprietà di Markov forte. Probabilità e tempo medio di assorbimento. Classificazione degli stati. Distribuzioni invarianti. Teorema di Markov. Periodicità. Teorema ergodico. Long-Run behavior. Coupling fra catene di Markov. Metodi Monte Carlo: l'algoritmo di Metropolis-Hastings. Processo di Poisson: costruzione del processo e definizioni equivalenti. Principali proprietà ed alcune importanti applicazioni. Catene di Markov a tempo continuo: definizione. Generatore infinitesimo. Equazioni di Kolmogorov. Distribuzioni invarianti. Competition theorem e rappresentazione grafica. Applicazioni.

Modalità di esame:
Modalità di esami in via di definizione

Criteri di valutazione:
Lo studente dovra' dimostrare di saper acquisito le conoscenze teoriche sui processi di Markov viste nel corso e di saperle applicare correttamente in esercizi sui processi stocastici di congrua difficoltà.

Testi di riferimento:
Norris, J. R, Markov Chains. West Nyack: Cambridge University Press, 19970228 Brémaud, Pierre, Markov chains Gibbs fields, Monte Carlo simulation and queues. New York \etc.!: Springer-Verlag, 1999

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Tutti gli argomenti d'esame vengono illustrati a lezione. Materiale addizionale (esercizi, appunti del docente) saranno disponibile su Moodle. NOTE: si tratta di informazioni di massima che potrebbero subire variazioni al momento della presa in carico dell'insegnamento da parte del docente titolare

MONTE-CARLO

Titolare: da definire

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

NUMERICAL METHODS FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS

Titolare: Prof. MARIO PUTTI

Mutuato da: Laurea magistrale in Mathematics (Ord. 2022)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: 48A+16L; 7,00

Prerequisiti:
Analisi Matematica 1 e 2, con elementi di equazioni differenziali e teoria delle funzioni. Analisi Numerica e Algebra lineare. Le esercitazioni richiederanno conoscenze elementari di programmazione in Matlab.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso affronterà metodi di calcolo scientifico per la soluzione numerica di equazioni differenziali alle derivate parziali sia dal punto di vista applicativo che teorico. Il corso fornirà inoltre molti degli strumenti necessari alla risoluzione efficace dei sotto problemi che appaiono in questo contesto (equazioni differenziali ordinarie, sistemi di equazioni lineari e non). Le esercitazioni all'elaboratore forniranno agli studenti le competenze necessarie per l'implementazione degli algoritmi trattati.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali. Laboratorio di calcolo. Gli aspetti teorici della materia verranno affrontati alla lavagna. Gli aspetti pratici di implementazione e uso degli algoritmi verranno studiati al computer.

Contenuti:
Equazioni differenziali ordinarie - Generalità, Esistenza e unicità della soluzione. Metodi discreti - Metodi ad un passo, metodi di Runge-Kutta, ordine, convergenza; Metodi multistep, ordine, convergenza. Problemi stiff - stabilità lineare, metodi impliciti, implementazione. Caratterizzazione delle PDE. Principali problemi modello usati nella pratica. Equazioni ellittiche: formulazione debole; formulazione FEM; spazi di Hilbert; condizioni al contorno di Dirichlet e di Neumann. Formulazione astratta del problema FEM: norma energia, discretizzazione, stime dell'errore, regolarita' della soluzione. Equazioni paraboliche: discretizzazioni in spazio-tempo. Stime dell'errore per i metodi di Eulero e di Crank-Nicolson. Applicazioni a problemi nonlineari.

Modalità di esame:
Esame orale con discussione degli elaborati delle esercitazioni.

Criteri di valutazione:
30% elaborati di Laboratorio 70% discussione orale

Testi di riferimento:
Quarteroni, Alfio., Modellistica Numerica per Problemi Differenziali [electronic resource] / by Alfio Quarteroni.. Milano: Springer Milan, 2016

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Saranno messe a disposizione degli studenti dispense in lingua inglese su gran parte o tutto il materiale trattato

OPTIMIZATION

Titolare: da definire Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: 32A; 4,00

STOCHASTIC METHODS FOR FINANCE

Titolare: Prof. MARTINO GRASSELLI

Mutuato da: Scuola Galileiana di Studi Superiori - Classe di Scienze Naturali

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum MAPPA - Study Programme PSL to Padova - 4 semesters

Tipologie didattiche: 56A; 7,00

Prerequisiti:
Analisi stocastica (Propedeutico per gli studenti della laurea in matematica)

Conoscenze e abilità da acquisire:
The course presents some important models that are typically used in the banking industry. The students at the end should be familiar with pricing and hedging in both discrete and continuous time and they should be able to apply stochastic methods to the pricing of equity/forex/fixed income products

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lecture supported by tutorial, exercises and laboratory activities.

Contenuti:
Contenuti: The pricing problem in the binomial models Risk neutral pricing in the discrete time world European and American options in the binomial model. Arbitrage and risk neutral pricing in continuous time. Pricing of contingent claims in continuous time: the Black&Scholes formula. Black&Sholes via PDE and via Girsanov. Hedging and completeness in the Black&Scholes framework. Feynman-Kac formula and risk neutral pricing in continuous time. Pur Call parity, dividends and static vs dynamic hedging. The Greeks and the Delta-Gamma hedging. Delta-Gamma-Vega neutral portfolios. Barrier options pricing in the Black&Scholes model. Quanto option pricing in the Black&Scholes model. Multi asset markets, pricing and hedging. Exchange options pricing in the multi-asset Black&Scholes model. Incomplete markets: quadratic hedging. Smile and skew stylized facts. Beyond the Black&Scholes model: stochastic volatility. The Heston model. Bonds and interest rates. Pre-crisis and multiple-curve frameworks. Short rate models, Vasicek, CIR, Hull-White models, affine models. Cap&Floor pricing in the short rate approaches.

Modalità di esame:
Final examination based on: Written and oral examination.

Criteri di valutazione:
Critical knowledge of the course topics. Ability to present the studied material.

Testi di riferimento:
Bjork Thomas, Arbitrage theory in continuous time. : Oxford Univ. Press, 2004 Lamberton D. and Lapeyre, B., Introduction to stochastic calculus applied to finance. : Cambridge Univ. Press, 2000

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Lecture notes and reference books will be given by the teacher

Curriculum: Curriculum Mathematics

ADVANCED ANALYSIS

Titolare: Prof. GIOVANNI COLOMBO

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Elementi di analisi reale e funzionale (questi ultimi verranno richiamati nella prima lezione)

Conoscenze e abilità da acquisire:
Gli studenti saranno guidati in modo graduale nell'acquisizione di alcuni dei principali metodi e idee della moderna analisi non lineare. Questo dovrebbe condurli alla capacità di affrontare con semplicità un largo spettro di argomenti, sia applicativi che teorici.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali ed esercizi. Eventuali approfondimenti personali.

Contenuti:
Teoremi di punto fisso di Brouwer e Schauder, con applicazioni. Il teorema della palla pelosa. Differenziale di Gateaux e Fréchet, differenziabilità della norma negli spazi L^p. Il principio variazionale di Ekeland con alcune applicazioni (Il teorema di punto fisso di Banach, invertibilità locale infinito-dimensionale). Ulteriori applicazioni alle PDE e alla teoria del controllo. Elementi di Analisi Convessa: regolarità delle funzioni convesse, sottodifferenziale e vettori normali, coniugazione convessa, minimizzazione e diseguaglianze variazionali. Metodi variazionali: applicazioni al p-Laplaciano e ai problemi ellittici con ostacolo. Applicazione dell'analisi convessa a problemi quasi statici. Un' introduzione alla Teoria del Controllo. Chiusura dell'insieme delle traiettorie e esistenza di controlli ottimali per problemi di minimo. Condizioni necessarie per problemi di Controllo Ottimale. Il principio del Massimo di Pontryagin. Controllabilità e Teorema di Rashewskii-Chow (cenni).

Modalità di esame:
Un esame orale sui principali argomenti del corso, che include lo svolgimento di qualche esercizio tra quelli assegnati durante il corso.

Criteri di valutazione:
Sarà valutata la buona comprensione degli argomenti, dei risultati e delle principali idee presentate nel corso. Anche l'approfondimento di un particolare argomento o applicazione potrà essere oggetto di giudizio.

Testi di riferimento:
Bressan, Piccoli, Introduction to the Mathematical Theory of Control (AIMS on Applied Mathematics). : American Institute on Applied Mathematics, Ekeland,Temam, Convex analysis and variational problems (Classics in Applied Mathematics).. : ,

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Tutte le lezioni saranno svolte usando una lavagna elettronica proiettata sullo schermo. Le lezioni saranno poi messe a disposizione degli studenti, in formato pdf, entro 24 ore dal loro svolgimento.

ADVANCED STOCHASTIC PROCESSES

Titolare: Prof.ssa ALESSANDRA BIANCHI

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+24E; 7,00

Prerequisiti:
Nozioni di base su processi stocastici. Moto browniano e sue proprietà fondamentali. Martingale a tempo discreto e continuo.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso intende fornire una conoscenza approfondita dei processi stocastici, ed in particolare dei processi Markoviani, sia dal punto di vista teorico ché applicativo. Da un lato verranno introdotti alcuni strumenti e temi probabilistici generali, quali le tecniche di grandi deviazione, la convergenza di misure e di processi, e le misure di Poisson. Dall'altro verranno mostrate applicazioni avanzate relative a processi su spazi discreti e su spazi continui.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali ed esercitazioni.

Contenuti:
1. Strumenti preliminari. Misure casuali di Poisson; Tecniche di grandi deviazioni; Convergenza delle misure. 2. Processi di Markov. Proprietà di Markov a tempo discreto e continuo; Generatori e semigruppi; Teoremi di convergenza; Distribuzioni stazionarie. 3. Applicazioni dei processi di Markov su spazi discreti. Processi di ramificazione; Sistemi di particelle interagenti. 4. Applicazioni dei processi di Markov su spazi continui. Problema di martingala e soluzione di SDE; Argomenti selezionati (tempi di primo passaggio e problema di Dirichlet; teoria del controllo ottimo). 5. Convergenza debole dei processi. Condizioni di convergenza; Principio di invarianza; Convergenza a processi di Lévy.

Modalità di esame:
Esame composto da due prove parziali, una scritta (svolgimento di esercizi), una orale (di carattere teorico).

Criteri di valutazione:
Il superamento della prova scritta permette di accedere alla prova orale. La valutazione finale terrà conto di entrambe le prove.

Testi di riferimento:
Liggett, Thomas Milton, Continuous time Markov processes an introduction. Providence: American Mathematical Society, 2010 Whitt, Ward, Stochastic-process limits: an introduction to stochastic-process limits and their application to queues. New York, NY: Springer, 2002 Ethier, Stewart N; Kurtz, Thomas G, Markov processes characterization and convergence. New York, NY: John Wiley & Sons, 2009

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il materiale del corso (eventuali lezioni, fogli degli esercizi e testi dei compiti precedenti) verrà caricato sul sito moodle del corso.

ALGEBRAIC GEOMETRY 1

Titolare: Prof. REMKE NANNE KLOOSTERMAN

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Conoscenze di base di algebra commutativa (circa la prima metà del corso di algebra commutativa).

Conoscenze e abilità da acquisire:
Conoscenza dei concetti e delle tecniche di base della geometria algebrica. Capacità di porre in relazione le diverse proprietà delle varietà algebriche e i risultati teorici a riguardo. Capacità di risolvere problemi ed esercizi di geometria algebrica.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali. Fogli di esercizi settimanali, discussi successivamente durante le ore di lezione.

Contenuti:
Questo corso fornisce una prima introduzione alla geometria algebrica, partendo dalle nozioni di base ma introducendo anche metodi più avanzati come lo studio di schemi e fasci. Programma: Varietà affini Topologia di Zariski Fascio delle funzioni regolari Morfismi tra varietà Varietà proiettive Dimensione delle varietà Introduzione agli schemi

Modalità di esame:
Esame scritto, eventualmente tenendo conto dei risultati degli esercizi svolti a casa.

Criteri di valutazione:
Comprensione delle tecniche e i concetti di base di geometria algebrica. Capacità di applicare i risultati teorici sulle varietà algebriche e le loro proprietà in esempi specifici come per esempio nella risoluzione di esercizi. Capacità di risolvere problemi di geometria algebrica.

Testi di riferimento:
Shafarevich, Igor R., Basic Algebraic Geometry 2 [electronic resource] : Schemes and Complex Manifolds / by Igor R. Shafarevich.. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013 Shafarevich, Igor R., Basic Algebraic Geometry 1 [electronic resource] : Varieties in Projective Space / by Igor R. Shafarevich.. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il corso segue le dispense del corso di Andreas Gathmann alla TU Kaiserslautern, disponibili online all'indirizzo https://www.mathematik.uni-kl.de/~gathmann/en/alggeom.php

ALGEBRAIC GEOMETRY 2

Titolare: Prof. ERNESTO CARLO MISTRETTA

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00

Prerequisiti:
Basi di topologia e geometria differenziale. È consigliato conoscere le nozioni di base sulla teoria delle superfici di Riemann.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Buona conoscenza degli strumenti algebrici e differenziali utilizzati in geometria complessa e geometria algebrica.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni e esercizi proposti.

Contenuti:
Il corso è pensato come una continuazione in dimensione superiore delle idee sviluppate nello studio delle superfici di riemann. - Preliminari: funzioni olomorfe e meromorfe in più variabili complesse, la differenza con le funzioni olomorfe di una variabile complessa. - Varietà complesse: definizioni e proprietà. - Spazio tangente complesso e calcolo differenziale complesso. - Fibrati vettoriali: fibrati vettoriali complessi, olomorfi, hermitiani. Connessioni e curvatura, la connessione di Chern. L'esempio dei fibrati in rette. Forme di Chern. - Divisori, fibrati in rette, e gruppo di Picard. Divisori di Weil e di Cartier. - Varietà di Kaehler: esempi, forma volume. La metrica di Fubini-Study e le varietà proiettive come varietà di Kaehler. Esempi di varietà non Kaehler. - Introduzione alla coomologia: coomologia di de Rham, coomologia di Dolbeault, cenni alla coomologia singolare e alla coomologia dei fasci. Si illustrerà il calcolo di alcuni gruppi di coomologia in alcuni casi, le varietà complesse o proiettive o di Kaehler, che fanno da motivazione per teorie più generali (affrontate in altri corsi). - Strumenti analitici: integrazione, metrica L^2, operatori su varietà di Kaehler, Laplaciano. - Identità di Hodge, decomposizione di Hodge e simmetria di Hodge. - La decomposizione di Hodge nel contesto algebrico (varietà proiettive), la congettura di Hodge. - 2 teoremi importanti: teorema di immersione di Kodaira, teorema di Torelli.

Modalità di esame:
Seminario con domande sulla teoria svolta.

Criteri di valutazione:
La valutazione della preparazione dello studente sia baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, sull'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

Testi di riferimento:
Voisin, Claire, Hodge Theory and Complex Algebraic Geometry I. : Cambridge University Press, 2002 Huybrechts, Daniel, Complex geometry an introduction. Berlin: Springer, 2005 Griffiths, Phillip A., Principles of algebraic geometry. New York: John Wiley and Sons, 1994

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Ulteriori materiali di studio saranno disponibili nella pagina moodle del corso.

CALCULUS OF VARIATIONS

Titolare: Prof. ROBERTO MONTI

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
I corsi di analisi 1, analisi 2 e analisi reale

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il formalismo classico del calcolo delle variazioni nel suo sviluppo storico con applicazioni e motivazioni in geometria e fisica. Lo sviluppo della teoria moderna del calcolo delle variazioni nell'ambito degli spazi di Sobolev ed i problemi di regolarità collegati. Introduzione alla teoria del trasporto ottimo.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni alla lavagna

Contenuti:
Vedere sezione in inglese

Modalità di esame:
Fogli di esercizi ed esame orale

Criteri di valutazione:
Il docente verificherà la preparazione dello studente sugli argomenti principali del corso

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il materiale di studio verrà comunicato durante il corso.

COMMUTATIVE ALGEBRA

Titolare: Prof.ssa ORSOLA TOMMASI

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Nozioni di base di algebra (gruppi, anelli, ideali, campi, quozienti, ecc.), acquisite nel corso "Algebra 1".

Conoscenze e abilità da acquisire:
Una buona conoscenza degli oggetti algebrici da utilizzare in Geometria Algebrica e Teoria dei Numeri: - Moduli; - Prodotti tensoriali; - Spettro di un anello; - Localizzazione; - Estensioni intere; - Anelli noetheriani; - Domini di Dedekind ed anelli di valutazione discreta; - Rudimenti di teoria della dimensione.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali. Fogli di esercizi settimanali, discussi successivamente durante le ore di lezione.

Contenuti:
Anelli commutativi unitari, ideali, omomorfismi di anelli, anelli quoziente. Campi, domini di integrità, divisori dello zero, elementi nilpotenti. Ideali primi e ideali massimali. Anelli locali e loro caratterizzazione. Operazioni su ideali (somma, intersezione, prodotto). Estensione e contrazione di ideali per omomorfismi. Annullatore di un ideale, ideale radicale, nilradicale e radicale di Jacobson di un anello. Prodotto diretto di anelli. Moduli, sottomoduli e operazioni tra moduli (somma, intersezione). Annullatore di un modulo. Somme dirette e prodotti diretti di moduli. Successioni esatte di moduli, lemma del serpente. Moduli proiettivi ed iniettivi. Moduli finitamente generati, di presentazione finita, moduli liberi. Teorema di Cayley-Hamilton e Lemma di Nakayama. Prodotto tensoriale e sue proprietà. Estensione degli scalari per i moduli. Algebre su un anello e il loro prodotto tensoriale. Esattezza ed aggiunzione dei funtori Hom prodotto tensoriale. Moduli piatti. Differenziali di Kähler. Anelli di frazioni e localizzazione. Esattezza della localizzazione. Proprietà locali. Elementi interi, estensioni intere di anelli e chiusura integrale. Going Up, Going Down ed interpretazione geometrica. Anelli di valutazione. Cenni sui completamenti. Condizioni sulle catene, anelli e moduli artiniani e noetheriani. Teorema della beorema di Hilbert. Lemma di normalizzazione e Nullstellensatz. Anelli di valutazione discreta. Ideali frazionari e moduli invertibili. Divisori di Cartier e Weil, gruppo di Picard, applicazione ciclo. Domini di Dedekind e loro estensioni. Decomposizione degli ideali, inerzia e ramificazione. Dimensione di Krull, altezza di un ideale primo. Teorema dell'ideale principale. Caratterizzazione dei domini fattoriali. Anelli locali regolari. Finitezza della dimensione di un anello locale noetheriano.

Modalità di esame:
Esame scritto.

Criteri di valutazione:
La valutazione della preparazione dello studente si baserà sulla comprensione degli argomenti svolti, l'acquisizione dei concetti e delle metodologie proposte e sulla capacità di applicarli in modo autonomo e consapevole.

Testi di riferimento:
Atiyah, Michael Francis, Introduzione all'algebra commutativa. Milano: Feltrinelli, 1981 Atiyah, Michael Francis, Introduction to commutative algebra. Reading [etc: Addison-Wesley, 1969

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il corso segue le dispense del corso di Andreas Gathmann alla TU Kaiserslautern, disponibili online all'indirizzo https://www.mathematik.uni-kl.de/~gathmann/en/commalg.php Sono inoltre disponibili fogli di esercizi sulla pagina Moodle del corso, con cadenza settimanale.

COMPLEX ANALYSIS

Titolare: Prof. MASSIMO LANZA DE CRISTOFORIS

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00

Prerequisiti:
Corsi di analisi del biennio e preferibilmente i corsi Metodi Matematici Analisi Funzionale 1

Conoscenze e abilità da acquisire:
proprieta' delle funzioni analitiche di variabile complessa e le loro applicazioni alla risoluzione di problemi al contorno

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Spiegazioni teoriche con esercizi ed esempi

Contenuti:
Differenziabilita' reale e complessa in dimensione finita ed infinita. Complessificazione di un problema reale Il teorema della mappa di Riemann, rappresentazione integrale delle funzioni olomorfe, comportamento al bordo ed applicazioni alla risoluzione di problemi al contorno

Modalità di esame:
Prove parziali ed esame finale orale

Criteri di valutazione:
Si valuteranno le conoscenze del candidato su ciascun argomento del programma

Testi di riferimento:
Cartan, Henri, Differential Calculus. : Herman, Paris, 1971 Lanza de Cristoforis, Massimo, Lezioni di Analisi Matematica 2. : Societa` Editrice Esculapio S.R.L.; country:ITA; place:Bologna, 2021 De Marco, Giuseppe, Selected topics of Complex Analysis. : , 2011 Fichera, Gaetano, Funzioni analitiche di una variabile complessa. Roma: Libreria Eredi Virgilio Veschi, 1970 Dalla Riva, Matteo; Lanza de Cristoforis, Massimo; Musolino, Paolo, Singularly Perturbed Boundary Value Problems. A Functional Analytic Approach. : Springer International Publishing; country:CHE; place:Cham, 2021 Johanis, Michal; Hájek,

Petr, Smooth analysis in Banach spaces. : De Gruyter, 2014 Sauvigny, Friedrich, Partial Differential Equations 1. London: Springer London, Limited, 2012

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
I contenuti del corso sono coperti da dispense o riferimenti bibliografici che verranno indicati Si segnalano in particolare Giuseppe De Marco, Selected topics of Complex Analysis AA. 2011-12 Phaidra: https://phaidra.cab.unipd.it/detail/o:445875#?q=Selected Gaetano Fichera, Luciano De Vito, Funzioni analitiche di una variabile complessa. Libreria Eredi Virgilio Veschi, Roma 1970. Petr Hájek, Michal Johanis, Smooth Analysis in Banach Spaces, De Gruyter 2014 Friedrich Sauvigny, Partial differential equations, 1, Springer 2012. Per preliminari di calcolo differenziale si riferira` anche a H. Cartan, Differential calculus, Hermann, Paris, 1977. M. Lanza de Cristoforis, Lezioni di Analisi Matematica 2, Societa' Editrice Esculapio S.R.L., 2021.

CRYPTOGRAPHY

Titolare: Prof. ALESSANDRO LANGUASCO

Mutuato da: Laurea magistrale in Cybersecurity (Ord. 2020)

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 40A+8E; 6,00

Prerequisiti:
Per la prima parte (Prof. Languasco; 6 CFU): Gli argomenti dei corsi di Algebra (congruenze, gruppi e gruppi ciclici, campi finiti), Analisi I (calcolo differenziale ed integrale, serie numeriche) del corso di studi in Matematica. Per la seconda parte (Prof. Conti and Prof. (da determinare); 6 CFU): OS, Programming.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Per la prima parte (Prof. Languasco; 6 CFU): Lo scopo della prima parte del corso e' quello di offrire una panoramica delle basi teoriche necessarie per permettere uno studio critico dei protocolli crittografici usati oggigiorno in molte applicazioni (autenticazione, commercio digitale). Nella prima parte verranno esposti gli strumenti matematici di base (essenzialmente dalla teoria elementare ed analitica dei numeri) necessari per comprendere il funzionamento dei moderni metodi a chiave pubblica. Nella seconda parte vedremo come applicare queste conoscenze per studiare in modo critico alcuni protocolli crittografici. For the second part (Prof. Conti; 3 CFU): Students will be able to identify, classify, describe, explain, and correlated the key concepts of cybersecurity attacks and defenses. For the second part (Prof. (da determinare; 3 CFU): Assess the risks to which an IT system is exposed, Explain how an attack works, Describe, explain and generalize software vulnerabilities, Avoid software pitfalls.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali in classe, se possibile. In presenza di una continuata emergenza sanitaria, mediante teleconferenza.

Contenuti:
Per la prima parte (Prof. Languasco; 6 CFU): First Part: Basic theoretical facts: Modular arithmetic. Prime numbers. Little Fermat theorem. Chinese remainder theorem. Finite fields: order of an element and primitive roots. Pseudoprimality tests. Agrawal-Kayal-Saxena's test. RSA method: first description, attacks. Rabin's method and its connection with the integer factorization. Discrete logarithm methods. How to compute the discrete log in a finite field. Elementary factorization methods. Some remarks on Pomerance's quadratic sieve. Protocols and algorithms. Fundamental crypto algorithms. Symmetric methods (historical ones, DES, AES) . Asymmetric methods. Attacks. Digital signature. Pseudorandom generators (remarks). Key exchange, Key exchange in three steps, secret splitting, secret sharing, secret broadcasting, timestamping. Signatures with RSA and discrete log. Per la seconda parte (Prof. Conti and Prof. (da determinare); 6 CFU): Introduction to Cybersecurity, User Authentication, Access Control, Database Security, Malicious Software, Denial-of-Service Attacks, Intrusion Detection, Firewalls and Intrusion Prevention Systems, Operating System Security, Trusted Computing and Multilevel Security. The execution environment of a program and the vulnerabilities resulting from the threat model of the time. Languages and threat models. Control hijacking: attack. Control hijacking: defense. Security of operating systems and principle of least privilege necessary (and examples of privilege escalation). Sandboxing and interaction with legacy code. Flaw search techniques.

Modalità di esame:
Per la prima parte (Prof. Languasco; 6 CFU): Esame scritto svolto in presenza se possibile; se non possibile per questioni sanitarie, esame scritto svolto in teleconferenza. Per la seconda parte (Prof. Conti and Prof. (da determinare); 6 credits): Esame scritto, progetti assegnati da svolgere a casa, esame orale.

Criteri di valutazione:
Per la prima parte (Prof. Languasco; 6 CFU): Durante la prova scritta lo studente dovra' rispondere ad alcune domande relative al programma svolto dimostrando di aver compreso gli argomenti del corso. Il massimo dei voti (30/30) verra' assegnato in presenza di un compito privo di errori. Il docente si riserva di fare alcune domande orali nel caso in cui sia necessario investigare ulteriormente la preparazione del candidato. L'orale sara' in presenza se possibile o in videoconferenza se l'emergenza sanitaria sara' ancora presente. Per la seconda parte (Prof. Conti and Prof. (da determinare); 6 CFU): Evaluation of both theoretical competence and operational ability to apply what has been learned to a real case.

Testi di riferimento:
A. Languasco; A. Zaccagnini, Manuale di Crittografia. Milano: Hoepli, 2015 Stallings, William; Brown, Lawrie, Computer security principles and practice. Boston [etc.]: Pearson, 2015 Knospe, Heiko, A Course in Cryptography. Providence: American Mathematical Society, 2019 Wenliang Du, Computer Security: a hands-on approach. : Create Space Independent Publishing Platform, 1 ed, 2017 Pfleeger, Charles P.; Pfleeger, Shari Lawrence, Security in Computing. : Prentice Hall; 5 edition, 2015

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Per la prima parte (6 CFU): Utilizzeremo i seguenti testi: 1) A.Languasco, A.Zaccagnini - Manuale di Crittografia - Hoepli Editore, 2015. (italian). 2) N. Koblitz - A Course in Number Theory and Cryptography -Springer, 1994. 3) H. Knospe - A Course in Cryptography - American Mathematical Society, 2019. 4) R. Crandall, C.Pomerance - Prime numbers: A computational perspective - Springer, 2005. 5) B. Schneier - Applied Cryptography - Wiley, 1994.

DIFFERENTIAL EQUATIONS

Titolare: Prof. MARTINO BARDI

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00

Prerequisiti:
Calcolo differenziale e integrale in più variabili; teoria di base sulle equazioni differenziali ordinarie; alcuni risultati classici di analisi funzionale.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso ha come primo scopo di portare lo studente ad acquisire familiarita' e padronanza con metodi di analisi e soluzione di equazioni alle derivate parziali non lineari di tipo Hamilton-Jacobi. Inoltre si intende sviluppare la capacita' di applicare tali equazioni a problemi di controllo ottimo di sistemi dinamici anche con piu' agenti, mediante un'introduzione alla teoria elementare dei giochi e poi a quella dei giochi differenziali, anche a campo medio.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali. Viene utilizzato un tablet e le lezioni vengono messe a disposizione degli studenti alla fine di ogni settimana sotto forma di file PDF scaricabile dal sito del docente. Vengono proposti esercizi la cui soluzione puo' far parte degli argomenti d'esame.

Contenuti:
1a parte: - Equazioni di Hamilton-Jacobi: modelli e motivazioni. - Il metodo delle caratteristiche. - Collegamenti con la meccanica analitica e il calcolo delle variazioni; formule di Hopf-Lax. - Introduzione alle soluzioni di viscosità: buona posizione dei problemi di Dirichlet e di Cauchy. - Introduzione alla teoria del controllo ottimo: programmazione dinamica ed equazioni di Bellman, sintesi di feedback ottimali. 2a parte: - Giochi a somma nulla e matriciali: il teorema min-max e le sue conseguenze. - Giochi a N persone: equilibri di Nash. - Giochi differenziali a 2 persone: teoremi di verifica e equilibri di Nash in forma feedback. - Giochi differenziali a somma nulla: strategie causali e la definizione di valore; Programmazione dinamica ed equazione di H-J-Isaacs; esistenza del valore. - Giochi a campo medio determistici: motivazioni della teoria, derivazione del sistema di equazioni a derivate parziali; unicita' della soluzione; alcuni risultati di esistenza, con esempi.

Modalità di esame:
Prova orale o sul programma svolto, comprensivo degli esercizi proposti, o, a scelta dello studente, su un approfondimento di un argomento collegato a quelli del corso.

Criteri di valutazione:
La valutazione della preparazione dello studente si basera' sulla comprensione e padronanza dei concetti e dei risultati proposti a lezione e sulla capacita' di utilizzarli in modo autonomo e consapevole anche in problemi connessi ai temi del corso ma non svolti a lezione.

Testi di riferimento:
E.N. Barron, Game theory. Hoboken: Wiley, 2008 M. Bardi, Notes of the course "Differential Equations". : , 2022 L.C. Evans, Partial Differential Equations. Providence: A.M.S., 1998 P. Cardaliaguet, Notes on Mean Field Games. : , 2010 M. Bardi, I. Capuzzo-Dolcetta, Optimal control and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations. Boston: Birkhauser, 1997

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Vengono indicati tre testi di riferimento e una dispensa del docente sulla seconda meta` del corso.

DIFFERENTIAL GEOMETRY

Titolare: Prof. DAVIDE BARILARI

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Il corso richiede conoscenze di algebra lineare (spazi vettoriali, funzioni lineari, matrici, forme bilineari e, più in generale, forme multilineari) e di analisi matematica (calcolo differenziale e calcolo integrale per funzioni di una o più variabili). E' anche richiesta la conoscenza di alcune nozioni di topologia elementare (insiemi aperti, chiusi, connessi, compatti e loro principali proprietà).

Conoscenze e abilità da acquisire:
Al termine del corso si richiede che lo studente abbia acquisito familiarità con la nozione di varietà differenziabile e abbia raggiunto una buona padronanza, sia a livello teorico che pratico, del calcolo differenziale e integrale sulle varietà differenziabili. Si richiede che lo studente sia in grado di dimostrare i principali risultati studiati e che sia anche in grado di applicare tali risultati alla risoluzione di problemi concreti.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Le attività didattiche prevedono lezioni frontali in aula.

Contenuti:
1. Varietà differenziabili, mappe lisce tra varietà. Lo spazio tangente a una varietà in un suo punto, vettori tangenti e derivazioni. Sottovarietà: immersioni, sommersioni ed embeddings. 2. Fibrato tangente, campi vettoriali, flussi, Lie brackets. Distribuzioni integrabili e non integrabili. Il teorema di Frobenius. 3. Fibrato cotangente, fibrati vettoriali. Tensori. Forme differenziali su una varietà differenziabile, l'algebra esterna. Varietà orientabili e varietà con bordo. Integrazione di forme differenziali. Il teorema di Stokes. 4. Metriche su una varietà differenziabile: varietà Riemanniane. Geodetiche. Connessioni lineari compatibili con la metrica, la connessione di Levi-Civita. Il trasporto parallelo. Il tensore di curvatura di Riemann.

Modalità di esame:
La verifica delle conoscenze e delle abilità attese viene effettuata con una prova d'esame strutturata in una prova scritta seguita da una prova orale. Nella prova scritta viene richiesto allo studente di risolvere alcuni esercizi, i quali sono formulati in modo da permettere di verificare se lo studente è in grado di applicare le conoscenze teoriche acquisite alla risoluzione di problemi concreti. Lo studente che ottiene una valutazione sufficiente nella prova scritta è ammesso alla prova orale. Durante la prova orale vengono rivolte alcune domande al fine di verificare il grado di conoscenza dei vari argomenti trattati nel corso. Il voto finale viene formulato dal docente tenendo conto sia del voto ottenuto dallo studente nella prova scritta, sia dell'esito della prova orale.

Criteri di valutazione:
I criteri di valutazione con cui verrà effettuata la verifica delle conoscenze e delle abilità acquisite sono: 1. Completezza delle conoscenze acquisite; 2. Capacità di esporre le conoscenze acquisite in modo chiaro, usando un linguaggio appropriato; 3. Capacità di applicare le conoscenze acquisite alla risoluzione di problemi concreti.

Testi di riferimento:
Do Carmo, Manfredo Perdigao, Riemannian geometry. Boston: Birkhauser, 1992 Lee, John M., Introduction to smooth manifolds. New York: Springer, 2013

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Tutto il materiale di studio supplementare, come ad esempio note del corso e suggerimenti per ulteriori libri di testo, sarà reperibile consultando la pagina moodle del corso su elearning.unipd.it/math/

DYNAMICAL SISTEMS

Titolare: Prof. FRANCESCO FASSO`

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+24E; 7,00

Prerequisiti:
1. Conoscenze di base sulle equazioni differenziali ordinarie e la teoria qualitativa delle equazioni differenziali ordinarie, al livello di quanto fatto per esempio nel corso di "Fisica Matematica" del II anno della laurea in Matematica di questo Ateneo. 2. Per la parte numerica, e` utile una conoscenza di base del linguaggio di programmazione "Mathematica", al livello dei tutorial periodicamente offerti dal CCS e disponibili sul canale YouTube del Dipartimento di Matematica.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso fornisce un'introduzione ai sistemi dinamici differenziabili, particolarmente continui (=equazioni differenziali ordinarie), ma anche discreti (=iterazioni di mappe). Il corso fornisce una panoramica di risultati classici sulle equazioni differenziali, con attenzione ad orbite periodiche (mappe di Poincare'), classificazione locale, varieta` stabile centrale e anche sul caos nel ambito iperbolico. Il corso e` completato da esercitazioni numeriche al calcolatore, svolte dagli studenti in aula, volte a far acquisire tecniche e competenze di base necessarie all'investigazione numerica delle equazioni differenziali ordinarie e all'analisi numerica dei sistemi dinamici. Lo studente acquisira` conoscenze approfondite su questi argomenti della teoria dei sistemi dinamici differenziabili e sviluppera` una capacita` di studiare tali problemi con tecniche analitiche e numeriche. L'analisi di un certo numero di applicazioni favorira` tale apprendimento.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali. Lezioni in laboratorio numerico. Svolgimento individuale o (raccomandato) a piccoli gruppi di lavori numerici.

Contenuti:
1. Sistemi dinamici continui (equazioni differenziali ordinarie, flussi) e discreti (iterazioni di mappe). Linearizzazione, equazione alle variazioni. Sistemi dinamici lineari continui e discreti; sottospazi stabile, instabile e centrale. 2. Orbite periodiche: mappa di Poincare'; stabilita`: matrice di monodromia. Applicazioni. Teorema di Poincare'-Bendixson. 3. Punti fissi iperbolici: teorema di Grobman-Hartman, teorema della varieta` stabile. Persistenza e bifurcazioni di punti fissi e di orbite periodiche. 4. Teorema della varieta' centrale e teorema centrale di Lyapunov. 5. Sistemi iperbolici e fenomeni omoclini; ferro di cavallo di Smale; dinamica simbolica; metodo di Melnikov; shadowing, esponenti di Lyapunov. 6. Esperimenti numerici.

Modalità di esame:
Orale, con discussione di argomenti di teoria e discussione degli elaborati numerici assegnati durante il corso. Per lo svolgimento degli elaborati numerici gli studenti potranno lavorare a loro scelta individualmente o a coppie. Questo format dell'esame permette di valutare 1) il livello di conoscenze teoriche e comprensione matematica della materia raggiunto dallo studente, e 2) la capacita` di investigazione numerica dei sistemi dinamici, ed in particolare di analisi e comprensione dei risultati numerici, raggiunta dallo studente.

Criteri di valutazione:
Verranno valutati la conoscenza della materia, il livello di comprensione matematica della materia, la qualita` del lavoro numerico, e la capacita` di analisi ed interpretazione dei risultati del lavoro numerico svolto nel quadro teorico sviluppato nel corso.

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
I prerequisiti sulla teoria qualitativa delle equazioni differenziali sono coperti, per esempio, in 1. V.I. Arnold, Equazioni Differenziali Ordianrie (MIR, 1979) 2. M.W. Hirsh e S. Smale, Differential equations, dynamical systems, and linear algebra (Academic Press, 1974) 3. F. Fasso`, Primo sguardo ai sistemi dinamici. CLEUP Il programma del corso e` coperto in dispense del docente, che verranno distribuite durante il corso e, per certi argomenti in 4. G. Benettin, "Introduzione ai sistemi dinamici-Cap. 2: Introduzione ai Sistemi Dinamici Iperbolici" (http://www.math.unipd.it/~benettin/) Fra i testi di consultazione si segnalano: 5. E. Zhender, Lectures on Dynamical Systems (EMS, 2010) 6. C. Chicone, Ordinary Differential Equations with Application (II ed), Springer. Il lavoro in laboratorio utilizzera` il software Mathematica; una conoscenza elementare del suo utilizzo e` opportuna. Un tutorial in due lezioni e` scaricabile dal canale YouTube del Dipartimento di Matematica https://www.youtube.com/watch?v=JfRzv6r0wqM https://www.youtube.com/watch?v=tUuwgiGipfw

FUNCTIONS THEORY

Titolare: Prof. DAVIDE VITTONE

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Oltre ai corsi di Analisi 1 e 2, i corsi di Analisi Reale e di Analisi Funzionale 1

Conoscenze e abilità da acquisire:
Acquisire dimestichezza con i principali spazi di funzioni e di funzioni generalizzate. Padroneggiare le tecniche di base della teoria delle distribuzioni, delle funzioni di Sobolev e delle funzioni a variazione limitata. Acquisire dimestichezza con il linguaggio della teoria geometrica della misura. Essere in grado di sfruttare le conoscenze ottenute nel corso per la risoluzione di semplici problemi di Analisi Matematica.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali alla lavagna.

Contenuti:
Tra parentesi quadre vengono elencati gli argomenti che potrebbero essere omessi o presentati senza dimostrazioni a seconda del tempo a disposizione e/o degli interessi dell'uditorio. TEORIA DELLE DISTRIBUZIONI Definizione, derivate nel senso delle distribuzioni, ordine di una distribuzione, distribuzioni a supporto compatto, convoluzioni, distribuzioni temperate, trasformata di Fourier, applicazioni. SPAZI DI SOBOLEV Definizione e proprietà elementari, teoremi di approssimazione, teoremi di traccia al bordo e di estensione, disuguaglianze di Sobolev-Gagliardo-Nirenberg, Poincaré e Morrey, teoremi di compattezza. ELEMENTI DI TEORIA GEOMETRICA DELLA MISURA Richiami di teoria della misura, teoremi di ricoprimento e di derivazione di misure, misure e dimensione di Hausdorff, funzioni Lipschitziane e teorema di Rademacher, insiemi rettificabili, spazio tangente approssimato, [formule di area e coarea] FUNZIONI A VARIAZIONE LIMITATA Definizione, teoremi di approssimazione e compattezza, teoremi di traccia ed estensione, formula di coarea, insiemi di perimetro finito, disuguaglianze isoperimetriche, frontiera ridotta e teorema di struttura per insiemi di perimetro finito, [proprietà fini e teorema di decomposizione della derivata]

Modalità di esame:
Esercizi lasciati come compito a casa (un foglio di esercizi per ciascuna delle quattro parti del corso), in base ai quali verrà proposto un voto. In alternativa: esame scritto. Esame orale facoltativo.

Criteri di valutazione:
Padronanza delle conoscenze acquisite ed abilità nell'utilizzarle per la soluzione di semplici problemi. Completezza e chiarezza delle soluzioni degli esercizi proposti (anche di tipo teorico). In caso di esame orale, padronanza delle tecniche dimostrative esposte nel corso.

Testi di riferimento:
Evans, Lawrence Craig; Gariepy, Ronald F, Measure Theory and Fine Properties of Functions, Revised Edition. Oakville: Chapman and Hall/CRC, 2015 Ambrosio, Luigi, Corso introduttivo alla teoria geometrica della misura e alle superfici minime. Pisa: Scuola normale superiore, 1997 Bony, Jean-Michel, Analyse. Paris: Ecole polytechnique, 1988 Zemanian, Armen H., Distribution theory and transform analysis an introduction to generalized functions, with applications. New York [etc: McGraw-Hill, 1965

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Eventuali referenze bibliografiche non elencate tra i testi di riferimento verranno direttamente segnalati in aula.

HAMILTONIAN MECHANICS

Titolare: Prof. PAOLO ROSSI

Mutuato da: Laurea magistrale in Physics (Ord. 2021)

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 48A; 6,00

Prerequisiti:
Basi di algebra e geometria differenziale.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Alla fine del corso lo studente dovrebbe essere in grado di navigare la letteratura tecnica sull'argomento e di leggere e conprendere almeno una parte degli articoli di ricerca. Dovrebbe acquisire le capacità necessarie a risolvere problemi applicando nozioni e metodi discussi nel corso.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Il corso viene erogato tramite lezioni frontali alla lavagna.

Contenuti:
Fibrati lisci su varietà differenziabili (definizioni generali, descrizione locale, sezioni, esempi) Fibrati vettoriali (definizioni, descrizione locale, sezioni, connessioni lineari, trasporto parallelo, derivata covariante, esempi) Fibrati principali (breve richiamo di gruppi di Lie, loro rappresentazioni e azioni su varietà, definizioni generali, descrizione locale, sezioni, connessioni principali, fibrati vettoriali associati, esempi) Classi caratteristiche (tempo permettendo, approccio di Chern-Weil alle classi di Stiefel-Whitney e Chern) Applicazioni (teorie di gauge di varia origine)

Modalità di esame:
Da determinarsi anche in base al numero di studenti. Una prova orale tradizionale sull'intero programma o alternativamente, un esame scritto contenente sia alcuni semplici esercizi che alcune domande di teoria.

Criteri di valutazione:
La valutazuone si concentrerà primariamente sull'acquisizione da parte dello studente del materiale al centro del corso e sulla sua abilità ad nell'applicarlo alla comprensione e possibilmente alla soluzione di problemi correlati.

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:

Indiazioni bibliografiche verranno date quando il corso toccherà un nuovo argomento, ma le lezioni saranno il più possibile autosufficienti.

HARMONIC ANALYSIS

Titolare: Prof. PAOLO CIATTI

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00

Prerequisiti:
Corsi di analisi dei primi due anni, e, preferibilmente, anche i corsi di Analisi Reale e Metodi Matematici. In particolare sarà necessario conoscere la teoria dell'integrale di Lebesgue (fino ai teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale) e i risultati fondamentali sugli spazi L^p. E' inoltre necessario conoscere i risultati principali sugli spazi di Hilbert. Infine, può essere utile un po' di dimestichezza con la teoria delle funzioni olomorfe.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Trasformata di Fourier. Integrali oscillanti. Metodi combinatorici in analisi.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Spiegazioni teoriche con esercizi ed esempi. Le lezioni saranno svolte alla lavagna.

Contenuti:
Definizione e proprietà elementari della convoluzione. Disuguaglianza di Young per la convoluzione. Operatore massimale di Hardy-Littlewood. Teorema massimale. Limitatezza dell'operatore massimale sugli spazi di Lebesgue. Teorema fondamentale del calcolo per l'integrale di Lebesgue. Approssimazioni dell'unità. Teorema di interpolazione di Riesz-Thorin. Definizione della trasformata di Fourier di una funzione integrabile e di una misura complessa. Proprietà elementari della trasformata. Teorema di inversione. Definizione della trasformata in L^2 eTeorema di Plancherel. Principio di indeterminazione. Definizione della trasformata di Fourier negli spazi L^p con 1

Modalità di esame:
Problemi svolti a casa ed esame finale orale.

Criteri di valutazione:
Il voto finale sarà basato sulla valutazione dei problemi assegnati per casa e sul livello di comprensione della materia dimostrato durante l'esame orale.

Testi di riferimento:
E. M. Stein, Harmonic Analysis: Real-Variable Methods, Orthogonality, and Oscillatory Integrals. : , Thomas H. Wolff, Lectures in harmonic analysis. : ,

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Le lezioni saranno video registrate. I video della lezioni rimarranno poi a disposizione degli studenti per tutto l'anno accademico.

HOMOLOGY AND COHOMOLOGY

Titolare: Prof. JAKOB SCHOLBACH

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 48A; 6,00

Prerequisiti:
Ci si aspetta che lo studente abbia gia' visto la possibilita' di associare degli invarianti a spazi topologici (gruppo fondamentale..). Basic commutative algebra.

Conoscenze e abilità da acquisire:
The student should understand the meaning of invariants for a topological space

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
in class and homeworks.

Contenuti:
Starting from the basic definition of the algebraic topology we will introduce the definition of homology and cohomology for a topological space. Singular, simplicial, cellular, relative, excisin, mayer-vietoris. Tor and Ext: universal coefficients theorem. Cup and cap product: teh ring structure on the cohomology of a projective space and some other particular topological spaces. Eventually Poincare' duality.

Modalità di esame:
taylored on the basis of the students attitudes: written and homeworks during the semester.

Criteri di valutazione:
some new techniques will be introduced: we expect the student shows how to master them.

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
we will indicate them during the class: as part of books or/and notes. J.Rotman "Introduction to algebraic topology" Springer A. Hatcher "Algebraic Topology"

INTRODUCTION TO GROUP THEORY

Titolare: Prof. ANDREA LUCCHINI

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Conoscenze di base di algebra (quelle fornite dai corsi del primo e secondo anno)

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso intende fornire una introduzione generale alla teoria dei gruppi, descrivendo i risultati e le metodologie piu' importanti e applicare successivamente queste conoscenze all'approfondimento di alcune tematiche in particolare (ad esempio lo studio dei gruppi profiniti).

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni standard alla lavagna con esercitazioni (anche svolte dagli stessi studenti).

Contenuti:
Introduzione generale alla teoria dei gruppi: azioni di gruppo, gruppi risolubili e nilpotenti, gruppi finitamente presentati. Cenni sulla classificazione dei gruppi semplici. Gruppi topologici e gruppi profiniti (caratterizzazioni, completamenti profiniti, gruppi profiniti a base numerabile, condizioni aritmetiche sui gruppi profiniti, sottogruppi di indice finito, gruppi di Galois di estensioni infinite). Metodi probabilistici in teoria dei gruppi.

Modalità di esame:
Esame orale. Al candidato sara' chiesto di presentare gli argomenti piu' importanti svolti duranti il corso e di risolvere esercizi su queste tematiche.

Criteri di valutazione:
Verifica sulla apprendimento delle nozione insegnate e sull'abilita' della rispettiva applicazione

Testi di riferimento:
J. Wilson, Profinite groups. Oxford: Clarendon Press, 1998 I.M. Isaacs, Finite group theory. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2008

INTRODUCTION TO PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

Titolare: Prof.ssa LAURA CARAVENNA

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Calcolo integrale e differenziale: fondmamenti su integrazione e differenziazione, integrazione e derivazione esplicita di funzioni elementari, teorema fondamentale del calcolo integrale, elementi su curve e superfici. I teoremi di Green-Gauss-Stokes o della divergenza, come le procedure di limiti negli integrali, sono importanti ma saranno riviste a un livello di base. Teoria elementare delle equazioni differenziali ordinarie e sul problema di Cauchy. La classica buona positura, come le stime di Gronwall, saranno riviste a un livello di base. Nozioni di base di analisi complessa: cosa sono le funzioni di variabile complessa, olomorfe e analitiche, proprietà essenziali come le equazioni di Cauchy-Riemann.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Saper esporre nozioni basilari di parte della teoria consolidata sulle equazioni differenziali alle derivate parziali lineari e saper risolvere problemi di tipo e difficoltà analoghi a quelli proposti durante l'anno, un po' superiore per la lode. Riconoscere l'utilità delle applicazioni in altre discipline e l'importanza storica del tema. Corso di base, consigliato sia agli studenti con interessi di matematica pura che applicata, ed in particolare agli studenti con un curriculum di Analisi.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
La metodologia d'insegnamento utilizzata sara' la lezione frontale (utilizzo del tablet). Si proporranno piccole attività che richiedono la partecipazione attiva di chi frequenta.

Contenuti:
Piano didattico: - Equazioni del primo ordine: equazioni di trasporto a coefficienti costanti, leggi di conservazione (soluzoni classiche e deboli, condizioni di Rankine-Hugoniot, problema di Riemann). Cenni sul teorema di Cauchy-Kovalevskaya e sulla classificazione di alcune equazioni del secondo ordine. - Equazione delle onde: esistenza della soluzione, formula di D'Alembert, metodo delle medie sferiche, principio di Duhamel, unicita', velocita' finita di propagazione. - Equazione di Laplace, soluzione fondamentale, funzioni armoniche e principali proprieta', formule del valor medio, Teorema di Liouville, disuguaglianza di Harnack, principio del massimo. Equazione di Poisson. Funzione di Green e formula di Poisson di rappresentazione delle soluzioni. Cenni della teoria delle distribuzioni. Soluzioni deboli dell'equazione di Laplace su domini limitati sono funzioni armoniche. - Equazione del calore, soluzione fondamentale, esistenza delle soluzioni per il problema di Cauchy e formula di rappresentazione. Unicita' e stabilita' delle soluzioni. Formule del valor medio, principio del massimo, principio del massimo di Hopf.

Modalità di esame:
L'esame consiste di una prova orale. La prova verte sul programma svolto a lezione e consiste sia di domande teoriche che della risoluzione di qualche esercizio. Sarà possibile una prova ridotta mediante lo svolgimento di attività in itinere.

Criteri di valutazione:

I criteri adottati saranno i seguenti: -chiarezza e rigore dell'esposizione di enunciati e teoremi -completezza ed aderenza agli argomenti della trattazione -capacita' di utilizzare le conoscenze acquisite per risolvere esercizi e problemi.

Testi di riferimento:
Salsa, Sandro., Partial Differential Equations in Action: From Modelling to Theory. Cham: Springer International Publishing, 2016 Evans, Lawrence C., Partial differential equations. Providence: American Mathematical Society, 2010

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il primo libro è disponibile in biblioteca. Includeranno: Salsa, Sandro, Partial differential equations in actionfrom modelling to theorySandro Salsa, Cham [etc.], Springer, 2015. L.C. Evans, Partial Differential Equations, 2nd edition, Providence, Rhode Island, American Mathematical Society, 2010. W. A. Strauss, Partial Differential Equations. An Introduction, New York, Wiley, 1992.

INTRODUCTION TO RING THEORY

Titolare: Prof. ALBERTO TONOLO

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Corsi di "Algebra 1" e "Algebra 2".

Conoscenze e abilità da acquisire:
Questo e' un primo corso su anelli non commutativi, categorie e moduli su anelli non commutativi.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Le lezioni saranno svolte su tablet e messe a disposizione degli studenti. Gli studenti verranno coinvolti durante le lezioni con domande e proposte di esercizi.

Contenuti:
Anelli. Categorie, funtori. Moduli e loro omomorfismi, bimoduli, sottomoduli e quozienti. Trasformazioni naturali. Insiemi di generatori, sottomoduli massimali, moduli liberi e anelli IBN, sequenze esatte, moduli proiettivi, prodotto tensoriale di moduli, moduli proiettivi su Z. Sottocategorie. Moduli semplici, semisemplici, noetheriani, artiniani, di lunghezza di composizione finita. Anelli artiniani semisemplici, anelli artiniani, il radicale di Jacobson, anelli locali, moduli iniettivi, ricoprimenti proiettivi, inviluppi iniettivi.

Modalità di esame:
Prova scritta ed eventuale prova orale

Criteri di valutazione:
Conoscenza della materia, delle tecniche e delle dimostrazioni viste nell'ambito del corso

Testi di riferimento:
Alberto Facchini, Introduction to Ring and Module Theory. : Libreria Progetto, 2020

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Alberto Facchini, Introduction to Ring and Module Theory. Padova: Libreria Progetto, 2020. In vendita alla Libreria Progetto, Via Marzolo 2, Padova

INTRODUCTION TO STOCHASTIC PROCESSES

Titolare: Prof. BERNARDO D'AURIA

Mutuato da: Laurea magistrale in Scienze Statistiche

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 64A; 8,00

Prerequisiti:
Un corso base di Calcolo delle Probabilità.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Conoscenza approfondita di modelli Markoviani a tempo discreto e tempo continuo, con capacita' di risolvere autonomamente esercizi e problemi anche di livello avanzato.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
64 ore di lezioni frontali (34 teoria e 30 esercitazioni)

Contenuti:
Definizione di processo stocastico. Probabilità condizionata e valore atteso condizionato. Indipendenza condizionata. Catene di Markov a tempo discreto: definizione. Matrice di transizione, leggi congiunte e proprietà di Markov. Random Walk e sue proprietà. Catene ricorrenti, positivamente ricorrenti e transienti. Criterio della matrice potenziale. Tempi di arresto e proprietà di Markov forte. Probabilità e tempo medio di assorbimento. Classificazione degli stati. Distribuzioni invarianti. Teorema di Markov. Periodicità. Teorema ergodico. Long-Run behavior. Coupling fra catene di Markov. Metodi Monte Carlo: l'algoritmo di Metropolis-Hastings. Processo di Poisson: costruzione del processo e definizioni equivalenti. Principali proprietà ed alcune importanti applicazioni. Catene di Markov a tempo continuo: definizione. Generatore infinitesimo. Equazioni di Kolmogorov. Distribuzioni invarianti. Competition theorem e rappresentazione grafica. Applicazioni.

Modalità di esame:

Modalità di esami in via di definizione

Criteri di valutazione:
Lo studente dovra' dimostrare di saper acquisito le conoscenze teoriche sui processi di Markov viste nel corso e di saperle applicare correttamente in esercizi sui processi stocastici di congrua difficoltà.

Testi di riferimento:
Norris, J. R, Markov Chains. West Nyack: Cambridge University Press, 19970228 Brémaud, Pierre, Markov chains Gibbs fields, Monte Carlo simulation and queues. New York \etc.!: Springer-Verlag, 1999

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Tutti gli argomenti d'esame vengono illustrati a lezione. Materiale addizionale (esercizi, appunti del docente) saranno disponibile su Moodle. NOTE: si tratta di informazioni di massima che potrebbero subire variazioni al momento della presa in carico dell'insegnamento da parte del docente titolare

LANGUAGE SKILLS

Titolare: Prof. FABIO MARCUZZI

Periodo: I anno, annuale

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: ; 4,00

MATEMATICHE COMPLEMENTARI

Titolare: Prof. FRANCESCO CIRAULO

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00

Prerequisiti:
Nozioni di base di geometria euclidea, algebra lineare, teoria dei gruppi.

Conoscenze e abilità da acquisire:
L'obiettivo generale del corso è di fornire conoscenze di geometria euclidea "avanzata", privilegiando un approccio sintetico e con attenzione agli aspetti storici, epistemologici e didattici. Verrà promosso un utilizzo critico delle nuove tecnologie per l'insegnamento della geometria. In particolare le conoscenze, abilità e competenze attese sono le seguenti: - conoscere i principali risultati della moderna geometria del triangolo (dal XVIII secolo ad oggi); - prendere coscienza dello sviluppo storico della disciplina, anche in vista di una possibile trasposizione didattica; - padroneggiare l'approccio sintetico alla geometria; - sapere utilizzare le trasformazioni geometriche, in particolare le omotetie, anche attraverso l'uso di software didattico; - essere in grado di riflettere sulle indicazioni ministeriali per la scuola secondaria in riferimento ai contenuti svolti nel corso; - saper utilizzare il software per la geometria dinamica Geogebra, comprese le sue principali funzionalità 3D, anche in vista di un possibile utilizzo didattico; - saper riflettere sui nodi concettuali e didattici relativi all'utilizzo di un tale software.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali ed esercitazioni con la partecipazione degli studenti. Alcune lezioni prevederanno l'uso di un software di geometria dinamica.

Contenuti:
Trasformazioni del piano, isometrie, similitudini. Cenni all'inversione circolare e alle isometrie dello spazio. Triangoli e loro punti notevoli. Retta di Eulero. Triangolo mediale e triangolo ortico. Cerchio dei nove punti. Cerchi tritangenti. Teorema di Feuerbach. Potenza di un punto rispetto ad un cerchio. Teorema di Eulero. Teorema delle bisettrici. Cerchio di Apollonio. Teoremi di Ceva e Menelao. Teoremi di Pappo, Pascal, Brianchon. Alcune relazioni metriche e trigonometriche realtive ad un triangolo. Punti di Fermat, triangolo di Napoleone. Triangolo di Morley. Geometria piegando la carta. Coniche come inviluppo (cenni). Quadrangoli ciclici. Teorema di Tolomeo. Formule di Bretschneider e Brahmagupta. Formula di Pick. I solidi platonici e le loro simmetrie (via software geometrico).

Modalità di esame:
Prova orale accompagnata dalla presentazione di un progetto sviluppato in ambiente di geometria dinamica. La prova è volta a verificare il raggiungimento degli obiettivi attesi sia in termini di contenuti disciplinari che di maturità e consapevolezza, anche in vista di una possibile trasposizione didattica.

Criteri di valutazione:
Verrà valutata: - la correttezza formale nella dimostrazione dei teoremi affrontati nel corso, - la capacità di applicare le conoscenze acquisite alla risoluzione di esercizi e problemi, - la completezza delle conoscenze acquisite, - il rigore nell'uso del linguaggio specifico della disciplina, - l'abilità nell'uso dei software di geometria dinamica.

Testi di riferimento:
Scimemi, Benedetto, Geometria sintetica trasformazioni triangoli coniche. Padova: CLEUP, 2012

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Oltre al testo di riferimento indicato, si consigliano i seguenti testi di approfondimento. - Coxeter and Greitzer, Geometry revisited, The Mathematical Association of America, 1967. - Dedò, Trasformazioni geometriche, Decibel-Zanichelli, 1996. - Posamentier, Advanced Euclidean Geometry, John Wiley & Sons, 2002.

MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE

Titolare: Prof. LUIGI TOMASI

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00

Prerequisiti:
I prerequisiti matematici sono quelli coperti dai corsi di base della Laurea triennale in matematica, in particolare di Algebra, Geometria, Analisi matematica, Calcolo delle probabilità e Fondamenti della matematica.

Conoscenze e abilità da acquisire:
-Sviluppare una visione critica e approfondita di alcuni temi specifici della Matematica elementare (Aritmetica e Algebra, Geometria, Relazioni e Funzioni, Dati e Previsioni) da un punto di vista epistemologico, storico e didattico. -Conoscere a grandi linee gli obiettivi fissati dalle Indicazioni nazionali/Linee guida per la matematica nella Scuola secondaria attualmente in vigore. -Conoscere i nodi concettuali, epistemologici e didattici dell'insegnamento e apprendimento della matematica nella Scuola secondaria -Conoscere e sapere usare, precisandone potenzialità ed eventuali criticità, le tecnologie (in particolare il software didattico) per l'insegnamento e l'apprendimento della Matematica nella Scuola secondaria. -Sapere esporre e collegare in modo critico quanto è stato svolto nel corso.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
-Lezioni frontali -Lezioni dialogate e discussioni guidate -Relazioni scritte degli studenti di approfondimento su temi specifici (assegnati dal docente) -Esercitazioni al computer con software per l'insegnamento della matematica (e.g. GeoGebra)

Contenuti:
Nel corso si discuteranno, da un punto di vista epistemologico, storico e didattico, quegli argomenti e quelle idee della matematica di base che costituiscono i temi fondamentali del curricolo di Matematica nella Scuola secondaria: -Aritmetica e Algebra -Geometria -Relazioni e funzioni (in particolare, Analisi matematica) -Dati e Previsioni (in particolare, Calcolo delle probabilità). In particolare saranno trattati specificamente i seguenti temi (alcuni saranno richiesti nelle relazioni degli studenti): -La risoluzione delle equazioni algebriche per radicali, con cenni alla Storia dell'Algebra classica -Costruzioni con riga e compasso: i problemi classici della geometria; punti del piano costruibili con riga e compasso; numeri costruibili; poligoni regolari costruibili, con cenni storici. -Argomenti elementari di teoria dei numeri: terne pitagoriche, numeri primi, teorema fondamentale dell'aritmetica, congruenze, algoritmo di Euclide per il mcd, criteri di divisibilità; le funzioni di Eulero d(n), sigma(n), phi(n); frazioni decimali e periodo delle frazioni decimali. Il principio di induzione matematica. -Definizioni, teoremi e dimostrazioni nell'insegnamento della matematica (nella scuola secondaria); tipi di dimostrazione; dimostrazioni indirette; dimostrazioni per assurdo; dimostrazioni per induzione. -Assiomatiche per la geometria (Euclide, Hilbert, Choquet,…) e insegnamento della geometria nella Scuola secondaria; alcuni approcci all'insegnamento della geometria nella scuola secondaria. "Percorsi" per l'insegnamento della geometria nella scuola secondaria. -Successioni e funzioni; la definizione di limite; definizione di derivata e definizione di integrale definito; considerazioni epistemologiche, storiche e didattiche. -Calcolo delle probabilità; le definizioni di probabilità; teoremi del calcolo delle probabilità. Tali temi di matematica elementare saranno presentati "da un punto di vista superiore", ovvero con un'attenzione critica ai loro fondamenti, alla loro storia e alla loro didattica attuale (nella scuola secondaria). Durante il corso si proporrà anche l'uso degli strumenti tecnologici per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica nella scuola secondaria, sottolineandone il valore metodologico, con frequenti esempi di uso di software matematico (in particolare si proporrà l'uso del software GeoGebra).

Modalità di esame:
Prova orale e una relazione scritta di approfondimento su un tema fondamentale (assegnato dal docente) svolto nel corso. La relazione sarà presentata nell'ultima parte del corso oppure, in alternativa, nella prima parte dell'esame.

Criteri di valutazione:
Lo studente dovrà -conoscere in modo critico -da un punto di vista storico, metodologico e didattico- i temi fondamentali dei curricula di matematica nella scuola secondaria -padroneggiare i contenuti del corso, che fanno parte della formazione iniziale di un futuro insegnante di matematica -sapere esporre e collegare criticamente le nozioni apprese. La relazione scritta, presentata dallo studente, sarà valutata per un terzo del voto d'esame; gli altri due terzi del voto saranno assegnati alla seconda parte dell'esame.

Testi di riferimento:
R. Hartshorne, Geometry: Euclid and beyond. : Springer, 2000 V. Villani, Cominciamo da Zero. Domande, risposte e commenti per saperne di più sui perché della matematica (Aritmetica e Algebra). Bologna: Pitagora, 2003 V. Villani et altri, Non solo calcoli. Domande e risposte sui perché della matematica. Milano: Springer, 2012 V. Villani, Cominciamo dal punto. Domande, risposte e commenti per saperne di più sui perché della matematica (Geometria). Bologna: Pitagora, 2006

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Dispense fornite dal docente. Slide, presentazioni e registrazioni delle lezioni fornite dal docente. Libri, riviste e siti web consigliati durante il corso.

MATHEMATICAL LOGIC 2

Titolare: Prof. SAMUELE MASCHIO

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00

Prerequisiti:
Concetti di base di algebra, geometria e analisi dei primi anni della laurea triennale. Preferibile, ma non necessaria, la conoscenza del metodo assiomatico e delle basi della teoria degli insiemi.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Conoscenza dei concetti fondamentali della teoria delle categorie, in particolare in riferimento al loro ruolo nei fondamenti della matematica e nella logica matematica. Capacità di operare utilizzando il formalismo della teoria delle categorie, specialmente nell'ambito della semantica categoriale di teorie del primo ordine.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Materiali didattici disponibili online. Assegnazione di esercizi.

Contenuti:

Categorie. Funtori. Trasformazioni naturali. Frecce di una categoria. Lemma di Yoneda. Limiti e colimiti finiti. Categorie regolari. Categorie cartesiane chiuse. Aggiunzioni. L'algebra dei sottoggetti. Topos elementari. Topos di prefasci. Ricorsione in una categoria. Teorie del primo ordine tipate. Algebre di Heyting e di Boole. Iperdottrine del primo ordine. L'iperdottrina dei sottoggetti di un topos. Interpretazioni in iperdottrine. Esempi di modelli in un topos. Aritmetica in un topos con oggetto dei numeri naturali.

Modalità di esame:
Prova orale.

Criteri di valutazione:
Conoscenza della teoria e dimestichezza con il paradigma categoriale. Capacità di rielaborare nozioni matematiche note nel linguaggio della teoria delle categorie. Chiarezza e rigore nella trattazione.

Testi di riferimento:
MacLane, Saunders and Moerdijk, Ieke, Sheaves in geometry and logic a first introduction to topos theory. New York: Springer, 1992 Cutland, Nigel, Computability. : Cambridge University Press, 1980 MacLane, Saunders, Categories for the working mathematician. New York: Springer, 1971 Oosten, Jaap van, Realizability an introduction to its categorical side. Amsterdam: Elsevier, 2008

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Oltre ai testi in bibliografia, saranno disponibili note a cura del docente.

MODERN PHYSICS

Titolare: Prof. DANIELE BERTACCA

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 56A+8E; 8,00

Prerequisiti:
Conoscere i fondamenti di Fisica Classica relativi agli ambiti di Meccanica, Fisica Matematica, Elettromagnetismo e Termodinamica.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso ha come obiettivo l'apprendimento delle idee fondamentali alla base dello sviluppo della fisica moderna (anche in relazione alla loro evoluzione storica). Alla fine del corso lo studente dovrà conoscere le idee fondamentali, in particolare della relatività e della fisica quantistica e gli esperimenti (trattati a lezione) che hanno portato allo sviluppo della Fisica Moderna. Dovrà inoltre aver appreso i modelli teorici di base e dovrà saperli applicare per interpretare fenomeni a livello microscopico e in contesti astrofisici o di alte energie.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
La metodologia di insegnamento prevede lezioni frontali, lavori di gruppo per approfondire alcuni temi del corso.

Contenuti:
Prima parte: Introduzione alla Meccanica quantistica - Particelle e onde classiche e la crisi di inizio '900. Effetto fotoelettrico e fotoni. Effetto Compton. Ipotesi di de Broglie e esperimento di Davisson e Germer. -Radici storiche della MQ: Corpo nero e ipotesi di Planck. Radiazione cosmica di fondo. Modello atomico di Thompson e esperimento di Rutherford. Spettroscopia dell'idrogeno e modello di Bohr. -Esperimento delle due fenditure per particelle e onde classiche e per particelle quantistiche. . -Il formalismo della MQ e la sua interpretazione fisica: funzioni d'onda, spazi di Hilbert, basi, stati; osservabili, operatori autoaggiunti; spettro, autovalori e autovettori, famiglia spettrale; il formalismo di Dirac; evoluzione temporale causale per sistemi conservativi, teorema di Stone; preparazione di stati e teoria della misura. - Conseguenze generali dei postulati, principio di indeterminazione di Heisenberg, insiemi completi di osservabili compatibili; sistemi composti. - Soluzione dell'equazione di Schroedinger per sistemi conservativi: sviluppo in autostati dell'energia; buche e barriere di potenziale unidimensionali; oscillatore armonico 1D, operatori di creazione e distruzione, spettro e autofunzioni dell'hamiltoniano; particella libera in 3D. - Momenti angolari: relazione di commutazione, spettro, momenti angolari orbitali e armoniche sferiche, composizione di momenti angolari. Spin di una particella. Seconda parte: Introduzione alla Relativita' - Relatività galileana. Trasformazioni di Galileo. Elettromagnetismo e relatività galileana. Aberrazione.Esperimento di Michelson-Morley. Primi tentativi di risoluzione e la soluzione definitiva. - I postulati della teoria della relatività speciale. Osservatori e misure di spazio e tempo. Relatività della simultaneità. Trasformazioni di Lorentz. Diagrammi di Minkowski. Invarianza dell' intervallo spazio-temporale. Contrazione delle lunghezze. Dilatazione dei tempi e verifica sperimentale. Tempo proprio e paradosso dei gemelli. Coni luce e causalità. Composizione delle velocità e aberrazione. -Gruppo di Lorentz. Grandezze covarianti e controvarianti. Tensori quadridimensionali. Quadrivelocità, quadrimomento, quadriforza. Energia cinetica e equivalenza massa energia. Relazione tra momento ed energia. Particelle di massa nulla. Decadimenti. Descrizione generale degli urti: urti elastici ed anelastici (cenni). Urti elastici. -Tensore elettromagnetico. Equazioni di Maxwell in forma covariante. Trasformazioni dei campi elettromagnetici. Invarianti elettromagnetici. Particella carica in un campo elettrico e/o magnetico costanti. Quadricorrente e sua equazione di continuità per particelle puntiformi. Conservazione della carica e sua natura scalare. Effetto Doppler. - Principio di relatività generale. Sistemi non-inerziali e geometria non-euclidea. Principio di equivalenza. Cenni al calcolo tensoriale in una varietà Riemanniana: connessione affine, derivata covariante, simboli di Christoffel, equazione della geodetica, identità di Bianchi. Equazioni di Einstein. Conservazione covariante del tensore dinamico energia-impulso. Equazione di deviazione geodetica e tensore di curvatura di Riemann - Limite Newtoniano e approssimazione di campo debole (cenni). Onde gravitazionali (cenni). Soluzione esatta a simmetria sferica per le equazioni di Einstein nel vuoto: metrica di Schwarzschild (cenni). Cenni di cosmologia relativistica.

Modalità di esame:
Prova orale.

Criteri di valutazione:
Il candidato dovrà dimostrare di conoscere gli argomenti di fisica moderna trattati nel corso e di saperli applicare per interpretare fenomeni a livello microscopico e in ambito astrofisico o delle alte energie. Sarà valutato positivamente la padronanza dei modelli teorici, la capacità di utilizzarli per risolvere esercizi, la conoscenza della loro evoluzione storica, la capacità di valutare in quali ambiti e sotto quali condizioni i modelli e le teorie di fisica classica non sono applicabili e la capacità espositiva.

Testi di riferimento:
David J Griffiths, Introduction to Quantum Mechanics. : Pearson Prentice Hall, 2004 Gianfranco Sartori, Istituzioni di meccanica quantistica. Padova: Cortina, 2004 Landau and Lifshitz, The Classical Theory of Fields. : Butterworth-Heinemann, 1980 M. Gasperini, Manuale di Relatività Ristretta. : Spinger-Verlag, 2010

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Durante il corso saranno forniti appunti del corso, testi scritti o link per approfondire alcuni degli argomenti trattati. La bibliografia di riferimento è da considerarsi di consultazione e saranno indicati durante il corso le parti di interesse in relazione agli argomenti trattati.

NUMBER THEORY 1

Titolare: Prof. MATTEO LONGO

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+32E; 8,00

Prerequisiti:
Preparazione di base di Analisi, Algebra, Topologia e Geometria. Teoria di Galois. Utile ma non indispensabile Algebra Commutativa.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Le conoscenze principali da acquisire sono: 1) la teoria algebrica degli anelli degli interi algebrici e anelli di Dedekind 2) la teoria del discriminante 3) estensioni quadratiche e ciclotomiche 4) decomposizione dei primi in una estensione, specialmente nel caso di i Galois 5) Teoria di base delle valutazioni 6) la nozione di numero di classi di un corpo di numeri algebrici 7) Finitezza del numero di classi 8) Risultati principali sulle unità (Teorema di Dirichlet) 9) La funzione zeta e le serie L

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Esame scritto

Contenuti:
1. Teoria algebrica di base dei gruppi e anelli commutativi. 2. Fattorizzazione di elementi e di ideali 3. Domini di Dedekind. 4. Corpi di numeri algebrici. Corpi ciclotomici e quadratici. 5. Anelli di interi. Proprietà di fattorizzazione. 6. Estensioni finite, decomposizione, ramificazione. Teoria della decomposizione di Hilbert. 7. Automorfismo di Frobenius, mappa di Artin; 8. Corpi quadratici e ciclotomici. Legge di reciprocità quadratica. Somme di Gauss. 9. Una introduzione alla teoria del corpo di classi. 10. Teoria di Minkowski (finitezza del numero di classi e teorema delle unità). 11. Serie di Dirichlet, funzione zeta, valori speciali e formula per il numero di classi.

Modalità di esame:
Esame scritto

Criteri di valutazione:
Si valuterà il grado di comprensione e di assimilazione del materiale presentato. Si apprezzeranno e valuteranno anche l'impegno di studio, l'interesse per la materia e la capacità di risolvere problemi.

Testi di riferimento:
Daniel A. Marcus, Number Fields. : Springer - Second Edition, 2018 Neukirch, Jurgen, Algebraic number theory. Berlin \etc.!: Springer, 1999 Stewart, Ian and Tall, David, Algebraic number theory and Fermat's Last Theorem. : Taylor & Francis Group, 2016

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
E' possibile che uno studente trovi più semplice studiare uno o più argomenti in altri libri di testo o in note di corsi reperibili online. Quando possibile, l'insegnante darà indicazioni su dove reperire tale materiale. Le note del corso sono pubblicate su Moodle. Tutto il materiale bibliografico adottato è accessibile gratuitamente online come e-book attraverso la Biblioteca del Dipartimento. Domandare ai bibliotecari le modalità di accesso.

NUMBER THEORY 2

Titolare: Prof. ADRIAN IOVITA

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00

Prerequisiti:
Teoria di Numeri 1.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Conoscenze in algebra commutativa e topologia.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni alla lavagna.

Contenuti:
Nel corso studieremo la teoria dei campi locali seguendo il libro di J.-P. Serre "Local fields". Si studieranno: aneli di valutazione e i loro completamenti, campi di valutazioni discreta e le loro estensioni finite, la filtrazione di ramificazione del gruppo di Galois di un campo locale. Come applicazione si studieranno le forme modulari p-adiche.

Modalità di esame:
Ci saranno compiti settimanali, un compitino a meta sessione ed un'esame scritto finale.

Criteri di valutazione:
I compiti verrano valutati 40% del voto, il compitino 20% e l'esame finale 40%.

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
J.-P. Serre, Local fields. H.P.F. Swinnerton-Dyer, On l-adic representations and congruences between the coefficients of modular forms.

NUMERICAL LINEAR ALGEBRA AND LEARNING FROM DATA

Titolare: Prof. FABIO MARCUZZI

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 48A+16L; 7,00

Prerequisiti:
Le conoscenze e competenze necessarie per seguire l'insegnamento con profitto riguardano: - i concetti fondamentali del calcolo numerico; - i concetti fondamentali dell'analisi matematica; - i concetti fondamentali di probabilità e statistica; - una competenza di base nella programmazione al calcolatore.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Le conoscenze ed abilità che lo studente avrà acquisito al superamento della prova di profitto riguardano: - un incremento delle conoscenze in generale di calcolo numerico ed in particolare di algebra lineare numerica, sia da un punto di vista teorico che sperimentale; - la capacità di utilizzo pratico e le applicazioni delle trasformate di Fourier e Wavelet; - un buon numero di metodi numerici utilizzati nella pratica corrente dell'analisi dei dati per la costruzione di modelli matematici; - la capacità di progettare, implementare al calcolatore e verificare sperimentalmente algoritmi numerici complessi; - la capacità di utilizzare modelli matematici nell'analisi dei dati, in particolare nella costruzione (identificazione) del modello e del suo utilizzo per ricostruire informazioni non direttamente presenti nei dati (predizione, deconvoluzione, misure indirette).

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Il corso prevede lezioni frontali accompagnate al materiale cartaceo, in modo da agevolare la discussione critica in aula, che è parte fondamentale del percorso di apprendimento. Sono previste inoltre delle esercitazioni di laboratorio dove i concetti presentati in aula vengono sperimentati direttamente dallo studente nella risoluzione di problemi.

Contenuti:
Modelli lineari e nonlineari, statici e dinamici. Introduzione all'analisi in frequenza di sequenze di dati e di sistemi lineari con la Trasformata Discreta di Fourier; algoritmo della Trasformata Rapida di Fourier (FFT) per sequenze mono- e bi-dimensionali; analisi tempo-freuenza. Introduzione alla trasformata wavelet. Fattorizzazione QR con trasformazioni ortogonali e ricorsiva; Singular Value Decomposition (SVD). Problemi ai minimi quadrati lineari: metodi numerici fondamentali di risoluzione e cenni alle proprieta' statistiche della soluzione. Varianti: forma ricorsiva, problemi generalizzati, problemi con vincoli, problemi nonlineari, Total Least Squares. Riduzione algebrica di modelli statici e dinamici. Regolarizzazione di problemi discreti mal-posti o fortemente mal-condizionati: andamento dei valori singolari; metodi di regolarizzazione per troncamento (SVD troncata) e di Tikhonov. Metodi numerici per la stima dei parametri di modelli ARMA e nello spazio degli stati (Ho-Kalman, metodi subspace), e di reti neurali (back-propagation). Analisi di serie storiche. Stima dello stato di sistemi dinamici (filtro di Kalman). Applicazioni di esempio in campo fisico-ingegneristico ed economico.

Modalità di esame:
L'esame prevede la discussione delle esercitazioni di laboratorio con conseguenti domande orali.

Criteri di valutazione:
La valutazione della preparazione dello studente si baserà sulla comprensione degli argomenti svolti e sulla capacità di risolvere i problemi assegnati in laboratorio, ed in particolare sull'abilità di tradurre i problemi in algoritmi e conseguenti programmi al calcolatore.

Testi di riferimento:
F.Marcuzzi, Numerical Linear Algebra and Learning from Data. : (e-book), 2021

NUMERICAL METHODS FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS

Titolare: Prof. MARIO PUTTI

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 48A+16L; 7,00

Prerequisiti:
Analisi Matematica 1 e 2, con elementi di equazioni differenziali e teoria delle funzioni. Analisi Numerica e Algebra lineare. Le esercitazioni richiederanno conoscenze elementari di programmazione in Matlab.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso affronterà metodi di calcolo scientifico per la soluzione numerica di equazioni differenziali alle derivate parziali sia dal punto di vista applicativo che teorico. Il corso fornirà inoltre molti degli strumenti necessari alla risoluzione efficace dei sotto problemi che appaiono in questo contesto (equazioni differenziali ordinarie, sistemi di equazioni lineari e non). Le esercitazioni all'elaboratore forniranno agli studenti le competenze necessarie per l'implementazione degli algoritmi trattati.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali. Laboratorio di calcolo. Gli aspetti teorici della materia verranno affrontati alla lavagna. Gli aspetti pratici di implementazione e uso degli algoritmi verranno studiati al computer.

Contenuti:
Equazioni differenziali ordinarie - Generalità, Esistenza e unicità della soluzione. Metodi discreti - Metodi ad un passo, metodi di Runge-Kutta, ordine, convergenza; Metodi multistep, ordine, convergenza. Problemi stiff - stabilità lineare, metodi impliciti, implementazione. Caratterizzazione delle PDE.

Principali problemi modello usati nella pratica. Equazioni ellittiche: formulazione debole; formulazione FEM; spazi di Hilbert; condizioni al contorno di Dirichlet e di Neumann. Formulazione astratta del problema FEM: norma energia, discretizzazione, stime dell'errore, regolarita' della soluzione. Equazioni paraboliche: discretizzazioni in spazio-tempo. Stime dell'errore per i metodi di Eulero e di Crank-Nicolson. Applicazioni a problemi nonlineari.

Modalità di esame:
Esame orale con discussione degli elaborati delle esercitazioni.

Criteri di valutazione:
30% elaborati di Laboratorio 70% discussione orale

Testi di riferimento:
Quarteroni, Alfio., Modellistica Numerica per Problemi Differenziali [electronic resource] / by Alfio Quarteroni.. Milano: Springer Milan, 2016

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Saranno messe a disposizione degli studenti dispense in lingua inglese su gran parte o tutto il materiale trattato

OPERATIONS RESEARCH

Titolare: Prof. FRANCESCO RINALDI

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 48A+16L; 8,00

Prerequisiti:
Conoscenze di base di Algebra Lineare e Analisi.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Imparare a costruire e utilizzare modelli matematici per il supporto alle decisioni in ambito produttivo, logistico, finanziario. Utilizzo di pacchetti software per l'ottimizzazione su casi di studio.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Il corso si baserà su lezioni frontali e laboratori.

Contenuti:
- Richiami di programmazione lineare. - Modelli di programmazione lineare intera. - Tecniche risolutive per la programmazione lineare intera: branch-and-bound, piani di taglio, generazione di colonne. - Matrici totalmente unimodulari. - Modelli di programmazione non lineare. - Metodi di programmazione non lineare: metodi per problemi non vincolati e vincolati. - Cenni a metodi di ottimizzazione per sistemi complessi. - Pacchetti software per l'ottimizzazione.

Modalità di esame:
L'esame è suddiviso in due parti: Prova Scritta e Progetto Il voto finale viene determinato da due elementi: 1) Progetto (Punteggio max 10 punti): deve essere richiesto al docente tramite mail e consegnato entro 3 giorni dalla data dell'appello a cui si intende partecipare. 2) Prova scritta (Punteggio max 24 punti). NOTE: - Gli studenti interessati ad approfondire aspetti specifici della materia potranno lavorare ad un progetto integrativo (teorico/pratico) che va a sostituire parzialmente la prova scritta (Punteggio max 12 punti). - L'esame si intende superato se il punteggio finale del progetto è di almeno 6 punti e quello della prova scritta di almeno 12 punti. - Il voto dei progetti resta valido a tempo indeterminato.

Criteri di valutazione:
La valutazione della preparazione dello studente si baserà: - sulla comprensione degli argomenti svolti in aula e laboratorio. - sull'acquisizione dei concetti di carattere teorico. - sulla capacità di utilizzare in maniera autonoma e consapevole i modelli e le metodologie risolutive proposte.

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
- Dispense fornite dal docente. - Testi di consultazione (che però non saranno seguiti fedelmente): Conforti, Michele, Gérard Cornuéjols, and Giacomo Zambelli. Integer programming. Vol. 271. Berlin: Springer, 2014. Wright, Stephen, and Jorge Nocedal. "Numerical optimization." Springer Science, 1999.

OPTIMIZATION

Titolare: Prof. MARCO DI SUMMA Insegnamento non attivato per l'a.a 2022/2023

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 48A+5E; 6,00

REPRESENTATION THEORY OF GROUPS

Titolare: Prof.ssa GIOVANNA CARNOVALE

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00

Prerequisiti:

Nozioni di base di algebra lineare e di teoria dei gruppi.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Lo studente apprenderà le nozioni di base sulle rappresentazioni complesse dei gruppi finiti e la classificazione delle algebre di Lie semisemplici complesse.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali. Agli studenti saranno proposti esercizi che dovranno risolvere in autonomia, da soli o in gruppo, al di fuori dell'orario del corso.

Contenuti:
Rappresentazioni. Rappresentazioni irriducibili. Teorema di Maschke. Caratteri. Ortogonalita'. Rappresentazioni Indotte, formual di Mackey. Reciprocita' di Frobenius-Schur. Indicatore di Frobenius. Gruppi compatti. Gruppi algebrici lineari e loro algebra di Lie. Algebre di Lie risolubili e nilpotenti. Algebre di Lie semisemplici. Criterio di Cartan. Forma di Killing. Teorema di Weyl. Decomposizione in spazi radice. Sistemi di radici. Classificazione delle algebre di Lie semisemplici. Algebra inviluppante universale. Rappresentazioni irriducibili di dimensione finita di un'algebra di Lie semisemplice.

Modalità di esame:
Salvo modifiche dovute ad eventuali emergenze sanitarie, l'esame sarà scritto, dato da una serie di esercizi.

Criteri di valutazione:
Gli scritti saranno valutati in base alla completezza, correttezza e chiarezza espositiva.

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
J.P. Serre, Répresentations Linéaires des Groupes Finis; (there exists also an English version); J. Humphreys, Introduction to Lie algebras and Representation Theory, GTM 9 Springer P. Etingof et al, Introduction to representation theory, AMS Macdonald's lectures in: Lectures on Lie groups and Lie algebras, Carter, Segal, Macdonald, Cambridge University Press, 1995

RINGS AND MODULES

Titolare: Prof. JORGE NUNO DOS SANTOS VITORIA

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00

Prerequisiti:
Contenuto dei corsi di Algebra della laurea triennale e nozioni di base di teoria dei moduli su anelli arbitrari.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Scopo del corso e' di apprendere le nozioni e istrumenti di base in teoria delle categorie e algebra omologica, e come applicarli allo studio dei moduli sugli anelli.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Verranno distribuite liste settimanali di esercizi da risolvere per verificare e approfondire l'apprendimento delle nozioni impartite. Verranno distribuite dopo ogni lezione.

Contenuti:
Categorie, funtori e trasformazioni naturali. Funtori aggiunti. Categorie additive e abeliane. Categorie di funtori. Limiti e colimiti. Pullback e pushout. Funtori esatti a sinistra e funtori esatti a destra. Ogetti proiettivi, iniettivi e piatti. Esempi di algebre di camini di quiver su un campo. Categorie di complessi di catene e categoria omotopica. Funtori derivati destri e sinistri. I funtori Tor e Ext. Le estensioni di Yoneda. Dimensioni piatte, proiettive e iniettive di moduli su anellie loro caratterizzazioni in termini dei funtori derivati. Dimensione globale. La categoria di omotopia di moduli proiettivi su anelli di dimensione globale minore o uguale a 1.

Modalità di esame:
Esame scritto. Ci sarà la possibilità di eseguire anche un'esame orale (oltre allo scritto) sotto richiesta.

Criteri di valutazione:
Apprendimento delle nozione e tecniche insegnate. Abilita' nelle rispettive applicazioni. Chiarezza espositiva.

Testi di riferimento:
Rotman, Joseph J, An Introduction to Homological Algebra. New York, NY: Springer New York, 20090101 Weibel, Charles A, An Introduction to Homological Algebra. New York: Cambridge University Press, 19940429 Steffen Oppermann, Homological algebra. : , 2016

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Note delle lezioni impartite, svolgimento degli esercizi proposti. Consultazione dei testi di riferimento.

SEMINAR ACTIVITIES

Titolare: Prof. FABIO MARCUZZI

Periodo: I anno, annuale

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: ; 4,00

SPERIMENTAZIONI DI FISICA PER LA DIDATTICA

Titolare: Prof.ssa SANDRA MORETTO

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+32L; 6,00

Prerequisiti:
Conoscenze di base acquisite in corsi di fisica generale. Conoscenze di base di fogli di calcolo.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Le conoscenze del corso mirano ad acquisire conoscenze nell'ambito della didattica laboratoriale nel campo della fisica. Gli obiettivi sono quindi diversificati in obiettivi di laboratorio e obiettivi didattici e formativi. - Obiettivi didattici e formativi nel campo delle conoscenze e delle competenze: a)conoscere metodi di progettazione didattica(progettare per competenze, backward design,..) b) conoscere metodologie didattiche (story teller, problem solving, ..) c) progettazione ed analisi di progetti didattici - Obiettivi di esercizio(all'uso degli strumenti e degli apparati di misura e alle procedure di misura e analisi dei dati): 1) capire lo strumento di misura e le sue caratteristiche (risoluzione, portata, "errore di zero", scale, ecc.); 2) imparare a usare correttamente gli strumenti per ridurre gli errori sistematici e gli "sbagli" (es. errori di parallasse nella lettura, ecc.); 3) imparare a registrare correttamente i dati (cifre significative, incertezza, unità di misura) ; 4) Imparare a raccogliere i dati in tabelle e a rappresentarli in grafici che aiutino a interpretare i risultati (es. decidere gli intervalli per le classi di una distribuzione, le scale per gli assi di un grafico, l'organizzazione delle colonne di una tabella, ecc.) 5) imparare a tenere un registro di laboratorio: in cui tutte le misure fatte (anche quelle sbagliate!) vengono annotate in buon ordine, con indicazione della data, delle condizioni sperimentali e con tutti i commenti. Obiettivo: imparare a lavorare in gruppo;(non solo perché in molti casi non è possibile eseguire misure o predisporre l'apparato sperimentale da soli, ma anche per l'opportunità di scambiare idee, discutere, confrontarsi)

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
• Lezioni frontali • Esperimenti dimostrativi • Esperimenti per studiare/verificare una legge fisica. Sono gli esperimenti che tipicamente si fanno in un laboratorio attrezzato. La legge fisica generalmente è già nota. Possono però essere svolti anche come introduzione o preparazione alla legge. Hanno valenze didattiche prevalenti per la misura, l'analisi dei dati, la formalizzazione a posteriori e per gli aspetti addestrativi in generale. • Esperimenti dimostrativi. Sono usati per attirare l'attenzione e stimolare la riflessione su una particolare fenomenologia, prima di iniziare la discussione dettagliata sull'argomento. • Esperimenti di scoperta. Sono esperimenti che hanno la caratteristica di stimolare l'interesse e la curiosità e quindi di trascinare a trovare spiegazioni, chiarendo così, generalmente a livello solo qualitativo, i concetti fisici coinvolti • Esperimenti con oggetti o fenomeni della vita di tutti i giorni. Partono dalla conoscenza e memoria di cose familiari e ben note, o che si crede di conoscere bene, e che si è abituati a descrivere con il linguaggio quotidiano. Aiutano a sviluppare il "pensiero critico" e il passaggio dal linguaggio quotidiano a quello scientifico. • Uso del computer nel laboratorio di fisica. Simulazioni: costruzione di vari tipi di simulazioni per osservare fenomeni altrimenti inaccessibili (troppo costosi, infattibili o pericolosi). Il computer può poi essere usato sia per l'analisi dei dati che per la raccolta on-line di dati di un esperimento, mediante opportuni sensori e interfacce di collegamento al computer. Sono utili in particolare per raccogliere dati che variano molto rapidamente o molto lentamente nel tempo

Contenuti:
Si affronteranno diversi nuclei tematici di fisica, per esempio: • Studio del moto di un corpo su guida rettilinea: acquisizione on-line della distanza mediante sonar, grafici temporali della distanza, velocità ed accelerazione, studio dell'attrito, misura dell'accelerazione di gravità. Analisi degli errori. • Ottica geometrica: leggi della riflessione e della rifrazione. Le proprietà delle lenti loro applicazione nella costruzione di un cannocchiale • Esperimenti con le onde: generazione e propagazione di onde in un liquido. Misura della lunghezza d'onda. Riflessione e rifrazione di onde piane. Fenomeni di interferenza e diffrazione. • Analisi delle caratteristiche ondulatorie della luce con esperimenti di diffrazione e interferenza con luce laser. Analisi di dati e confronti con il modello teorico. • Conservazione e trasformazione dell'energia. Studio e analisi di fenomeni termici. Esperimenti relativi al I principio della termodinamica. Cambiamenti di stato. • Fenomeni elettrici e magnetici. Campo magnetico generato da una corrente elettrica. Studio dell'induzione elettromagnetica. • Metodologie didattiche e progettazione didattica.

Modalità di esame:
L'esame consiste di una parte scritta e di una orale. La parte scritta prevede l'ideazione di un progetto didattico su un tema di fisica a scelta dello studente. La parte orale sulla presentazione del progetto didattico presentato nella parte scritta.

Criteri di valutazione:
L'espressione di un giudizio finale di competenza sarà classificato secondo tre grandi ambiti specifici: quello relativo ai risultati ottenuti nello svolgimento di un compito o nella realizzazione del prodotto(oggettivo); quello relativo alla percezione che lo studente ha del suo lavoro (soggettivo); quello relativo a come lo studente è giunto a conseguire tali risultati (intersoggettivo). Le tre prospettive di analisi indicate richiedono strumentazioni differenti, da integrare e comporre in un disegno valutativo plurimo e articolato. Ciascuna di esse utilizzerà dispositive differenti per essere rilevata e compresa. In particolare: Dimensione oggettiva: svolgimenti di compiti operativi, come 1. compilazioni di schede e raccolte dati sugli esperimenti 2. Dimensione soggettiva: forme di autovalutazione, con strumenti quali domande, diari di bordo, questionari. 3. Dimensione intersoggettiva: protocolli di osservazione, commenti, interazioni tra pari

Testi di riferimento:
, Guida all'insegnamento della fisicaArnold B. Arons. Bologna: Zanichelli, 1992 , Improving Physics Teaching. : , , Multimedia in physics teaching and learningSelected paper from the 14th MPTL workshop Udine 2009Udine, Italy, 23-25 September 2009edited by M. Michelini, R. Lambourne and L. Mathelitsch. Bologna: Società Italiana di Fisica, 0 , Homework and test questions for introductory physics teachingArnold B. Arons. New York \etc.!: John Wiley, 0 , Workshop Materials: Physics Teaching and the Development of Reasoning. : ,

STOCHASTIC ANALYSIS

Titolare: Prof. DAVID BARBATO

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+24E; 7,00

Prerequisiti:

Calcolo delle Probabilità, analisi di base (calcolo differenziale in R^d, equazioni differenziali ordinarie), teoria della misura.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso intende fornire una buona conoscenza, sia teorica ché pratica, del moto browniano, dell'integrale stocastico e del calcolo di Ito, fino ad arrivare alla definizione e allo studio delle equazioni differenziali stocastiche. Durante il corso verranno mostrate alcune applicazioni e i legami con l'analisi delle equazioni differenziali alle derivate parziali.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali ed esercitazioni.

Contenuti:
Motivazioni. Processi stocastici (nozioni di base). Richiami di calcolo delle probabilità: nozioni di convergenza, leggi normali multivariate, speranza condizionale. Moto browniano: costruzione e proprietà fondamentali. Martingale a tempo discreto e continuo. Integrale stocastico: costruzione e proprietà. Calcolo di Itô: formula di Itô, prime applicazioni (ad es. problema di Dirichlet), teorema di Girsanov, rappresentazione di martingale. Equazioni differenziali stocastiche: nozioni di esistenza e unicità, teorema fondamentale di esistenza e unicità, esempi, proprietà di Markov e diffusioni, formula di Feynman-Kac.

Modalità di esame:
Esame composto da due prove parziali, una scritta (svolgimento di esercizi), una orale (di carattere teorico).

Criteri di valutazione:
Il superamente della prova scritta permette di accedere alla prova orale. La valutazione finale terrà conto di entrambe le prove. La prova scritta consiste nella risoluzione di esercizi mentre la prova orale è dedicata alla teoria(definizioni e dimostrazioni).

Testi di riferimento:
Baldi, Paolo, Stochastic Calculus. : Springer, 2017

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il materiale del corso (eventuali lezioni, fogli degli esercizi e testi dei compiti precedenti) verrà caricato sul sito moodle del corso di laurea.

STOCHASTIC METHODS FOR FINANCE

Titolare: Prof. MARTINO GRASSELLI

Mutuato da: Scuola Galileiana di Studi Superiori - Classe di Scienze Naturali

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 56A; 7,00

Prerequisiti:
Analisi stocastica (Propedeutico per gli studenti della laurea in matematica)

Conoscenze e abilità da acquisire:
The course presents some important models that are typically used in the banking industry. The students at the end should be familiar with pricing and hedging in both discrete and continuous time and they should be able to apply stochastic methods to the pricing of equity/forex/fixed income products

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lecture supported by tutorial, exercises and laboratory activities.

Contenuti:
Contenuti: The pricing problem in the binomial models Risk neutral pricing in the discrete time world European and American options in the binomial model. Arbitrage and risk neutral pricing in continuous time. Pricing of contingent claims in continuous time: the Black&Scholes formula. Black&Sholes via PDE and via Girsanov. Hedging and completeness in the Black&Scholes framework. Feynman-Kac formula and risk neutral pricing in continuous time. Pur Call parity, dividends and static vs dynamic hedging. The Greeks and the Delta-Gamma hedging. Delta-Gamma-Vega neutral portfolios. Barrier options pricing in the Black&Scholes model. Quanto option pricing in the Black&Scholes model. Multi asset markets, pricing and hedging. Exchange options pricing in the multi-asset Black&Scholes model. Incomplete markets: quadratic hedging. Smile and skew stylized facts. Beyond the Black&Scholes model: stochastic volatility. The Heston model. Bonds and interest rates. Pre-crisis and multiple-curve frameworks. Short rate models, Vasicek, CIR, Hull-White models, affine models. Cap&Floor pricing in the short rate approaches.

Modalità di esame:
Final examination based on: Written and oral examination.

Criteri di valutazione:
Critical knowledge of the course topics. Ability to present the studied material.

Testi di riferimento:
Bjork Thomas, Arbitrage theory in continuous time. : Oxford Univ. Press, 2004 Lamberton D. and Lapeyre, B., Introduction to stochastic calculus applied to finance. : Cambridge Univ. Press, 2000

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Lecture notes and reference books will be given by the teacher

SVILUPPI DEL PENSIERO MATEMATICO

Titolare: Prof. MATTEO LONGO

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 48A; 6,00

Prerequisiti:
Conoscenze di base della Matematica della Laurea Triennale.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso si propone di fornire allo studente una visione consapevole e critica dello sviluppo di alcuni concetti fondamentali di particolare importanza culturale nella matematica moderna, prospettiva utile sia in un contesto educativo che in un contesto di comunicazione divulgativa.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali.

Contenuti:
1) Evoluzione del concetto di curvatura, analizzato nel suo intreccio con la fisica matematica. Dopo una retrospettiva pre-gaussiana, si analizzera' il lavoro di Gauss, Riemann, Christoffel, fino alla definitiva radicale sistemazione di Ricci Curbastro. Si considereranno i contributi fondamentali di Levi-Civita e dell'impatto con la Relatività Generale di Einstein. 2) Analisi di alcuni aspetti della teoria dei numeri connessi allo sviluppo storico dell'Ultimo Teorema di Fermat. Dopo un'introduzione alle equazioni diofantee, si studiera' il metodo di discesa infinita con cui Fermat affrontò e risolse un caso particolare dell'Ultimo Teorema. In seguito, verranno introdotti concetti di teoria algebrica dei numeri, come ad esempio il gruppo di classi di ideali, che si sono evoluti parallelamente alla storia dell'Ultimo Teorema di Fermat, spesso dando ragione dei fallimenti incorsi nel tentativo di fornirne una dimostrazione tramite una generalizzazione diretta del metodo usato da Fermat stesso. Si studieranno i contributi di Gauss e, se il tempo lo permetterà, si prenderanno brevemente in considerazione le idee, decisamente più moderne, che stanno alla base della dimostrazione di Wiles del 1995 dell'Ultimo Teorema di Fermat. 3) Sviluppo storico del concetto di funzione ad iniziare dall'opera di Leibniz e Giovanni Bernoulli fino a Bourbaki. Si analizzeranno i contributi di vari matematici tra cui Eulero, Fourier, Dirichlet e Weierstrass anche in relazione alla cosiddetta crisi dei fondamenti e alla aritmetizzazione dell'analisi matematica. Particolare attenzione verrà data al celebre dibattito tra Eulero e d'Alembert sulla corda vibrante e al suo epilogo con l'opera di Sobolev e la nascita delle distribuzioni e delle soluzioni deboli. La genesi delle funzioni generalizzate e della teoria dei relativi spazi funzionali sarà analizzata in relazione allo sviluppo dell'analisi funzionale e dell'integrazione secondo Lebesgue, con riferimento anche ai contributi di Vito Volterra.

Modalità di esame:
Orale, con eventuali approfondimenti personali.

Criteri di valutazione:
Capacità di organizzare un'esposizione ad ampio respiro su temi di approfondimento dello sviluppo culturale di alcune idee centrali nella matematica moderna.

Testi di riferimento:
CONTENUTO NON PRESENTE

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
1) Genesi, sviluppo e intreccio con la fisica matematica del concetto di curvatura: [1] M. Berger, A panoramic view of Riemannian geometry. Springer-Verlag, Berlin, 2003. xxiv+824 pp. [2] U. Bottazzini, in Storia della Scienza, diretta da P. Rossi, Vol. 4, 1988. [3] P. Libermann, Geometrie Differentielle, in Abrege d'histoire des mathematiques: 1700-1900, sous la direction de Jean Dieudonne, Hermann, 1978. [4] B. Riemann, Sulle ipotesi che stanno alla base della geometria e altri scritti scientifici e filosofici, trad. e cura di R. Pettoello, Bollati Boringhieri, 1994. [5] F. Toscano, Il genio e il gentiluomo. Einstein e il matematico italiano che salvo' la teoria della relativita` generale, Sironi Editore, 2004. 2) Sviluppo storico dell'ultimo teorema di Fermat: [1] Ribenboim, P. 13 Lectures on Fermat's Last Theorem, Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1979. xvi+302 pp. [2] Cox, David A. Introduction to Fermat's last theorem. Amer. Math. Monthly 101 (1994), no. 1, 3–14. [3] Modular forms and Fermat's last theorem. Papers from the Instructional Conference on Number Theory and Arithmetic Geometry held at Boston University, Boston, MA, August 9–18, 1995. Edited by Gary Cornell, Joseph H. Silverman and Glenn Stevens. Springer-Verlag, New York, 1997. xx+582 pp. [4] D. Marcus. Number Fields, Springer. 3) Sviluppo storico del concetto di funzione: [1] C.B. Boyer, Storia della matematica, 2. ed. Mondadori, Milano, 1982. [2] A.P. Youschkevitch, The concept of function up to the middle of the 19th century. Arch. History Exact Sci. 16 (1976/77), no. 1, 37–85. [3] I. Kleiner, Functions: historical and pedagogical aspects. Sci. Ed. 2 (1993), no. 2, 183–209. [4] T. Hawkins, Lebesgue's theory of integration. Its origins and development. The University of Wisconsin Press, Madison, Wis.-London 1970. [5] G. Drago, P.D. Lamberti e P. Toni, A "bouquet" of discontinuous functions for beginners in mathematical analysis, Amer. Math. Monthly 118 (2011), no. 9, 799–811.

SYMPLECTIC MECHANICS

Titolare: Prof. LUIS CONSTANTINO GARCIA NARANJO ORTIZ DE LA HUERTA

Periodo: I anno, 2 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 24A+24E; 6,00

Prerequisiti:
Nozioni di base di Geometria Differenziale (varieta`, forme differenziali, campi vettoriali), al livello al quale sono trattati nel corso di "Differential Geometry" al primo semestre. Conoscenze elementari di meccanica Lagrangiana ed Hamiltoniana (al livello del corso di "Fisica Matematica" del II anno della Laurea Triennale) sono utili, anche se non strettamente necessarie.

Conoscenze e abilità da acquisire:
Il corso fornisce un'introduzione alla geometria simplettica, alla meccanica Hamiltoniana su varieta` simplettica, ai gruppi di Lie e alle loro azioni. Particolare attenzione e` posta alle simmetrie e all'integrabilita`. L'enfasi e` sugli aspetti differenziali e topologici della materia.

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Lezioni frontali ed esercitazioni

Contenuti:
1. Varieta` simplettiche e sistemi Hamiltoniani. Richiami di meccanica Hamiltoniana in R^(2n). Forme simplettiche e geometria simplettica. Fibrati cotangenti. L'algebra di Lie dei campi vettoriali Hamiltoniani. Mappe simplettiche e funzioni generatrici. Equazione di Hamilton-Jacobi e sottovarieta` Lagrangiane. Varieta` di Poisson. Esempi. 2. Gruppi di Lie e le loro azioni. Gruppi di Lie e la loro struttura geometrica (algebre di Lie, mappa esponenziale, tori massimali). Struttura di Lie-Poisson del duale di un'algebra di Lie; orbite coaggiunte. Azioni di gruppi di Lie. Spazi quoziente. Fibrati principali. Esempi.

3. Simmetria, riduzione e leggi di conservazione. Campi vettoriali invarianti. Riduzione. Ricostruzione. Equilibri relativi. Azioni Hamiltoniane su varieta` simplettiche. Azioni liftate su fibrati cotangenti. Mappa momento. Riduzione simplettica e di Poisson. Sistemi Hamiltoniani invarianti a sinistra su fibrati cotangenti di gruppi di Lie. Esempi. 4. Integrabilita`. Azioni di toro e integrabilita`. Il teorema di Lioville-Arnold e alcune generalizzazioni. Esempi.

Modalità di esame:
Esame orale sugli argomenti trattati nel corso.

Criteri di valutazione:
Valutazione della conoscenza e della comprensione matematica della materia.

Testi di riferimento:
McDuff, Dusa, Salamon, Dietmar, Introduction to symplectic topology. : Oxford Mathematical Monographs, 1998 Arnol?d, V. I., Mathematical methods of classical mechanics. Springer Verlag: 1989, J.E. Marsden and T.S. Ratiu, Introduction To Mechanics And Symmetry. 2nd edition.. : Springer, 2010 F. Cardin, Elementary Symplectic Topology and Mechanics. : Springer Verlag, 2015

Eventuali indicazioni sui materiali di studio:
Il materiale di studio verra` indicato e fornito durante il corso, nella forma di note e di indicazioni di parti selezionate di libri di testo.

TOPOLOGY 2

Titolare: Prof. ANDREA D'AGNOLO

Periodo: I anno, 1 semestre

Indirizzo formativo: Curriculum Mathematics

Tipologie didattiche: 32A+16E; 6,00

Conoscenze e abilità da acquisire:
vedi sotto

Attività di apprendimento previste e metodologie di insegnamento:
Categorie e Funtori Introdurremo il linguaggio di base delle categorie e dei funtori. Un punto fondamentale è il Lemma di Yoneda, che asserisce come una categoria C si immerga nella categoria dei funtori contravarianti da C alla categoria degli insiemi. Questo conduce naturalmente al concetto di funtore rappresentabile. Studieremo poi in dettaglio i limiti induttivi e proiettivi, con vari esempi. Categorie Additive ed Abeliane Lo scopo è di definire e studiare i funtori derivati di un funtore F, esatto a sinistra (o a destra) tra categorie abeliane. A questo scopo, inizieremo con lo studiare i complessi (semplici e doppi) nelle categorie additive o abeliane. Quindi spiegheremo la costruzione del funtore derivato destro tramite risoluzioni iniettive, e tramite risoluzioni F-iniettive. Applicheremo questi risultati al caso dei funtori Tor ed Ext. Fasci Abeliani su Spazi Topologici Studieremo fasci abeliani su spazi topologici (con un breve accenno alle topologie di Grothendieck). Costruiremo il fascio associato ad un prefascio, e le usuali operazioni interne (Hom e ?) ed esterne (immagini diretta ed inversa). Spiegheremo anche come ottenere fasci localmente costanti, o localmente liberi, tramite incollamento. Coomologia di Fasci Dimostreremo che la categoria dei fasci abeliani ha abbastanza iniettivi e definiremo la coomologia dei fasci. Utilizzando il fatto che la coomologia di fasci localmente costanti è un invariante omotopico, mostreremo come calcolare la coomologia di spazi utilizzando la decomposizione cellulare, e dedurremo la coomologia di alcune varietà classiche.

Contenuti:
Solitamente si affronta lo studio della Topologia Algebrica tramite il gruppo fondamentale e l'omologia, definita tramite complessi di catene, mentre qui si pone l'accento sul lingaggio delle categorie e dei fasci, con particolare riferimento ai fasci localmente costanti. I fasci su di uno spazio topologico sono stati introdotti da Jean Leray per dedurre proprietà globali da proprietà locali. Questo strumento si è rivelato estremamente potente, ed ha applicazioni a vari campi della Matematica, dalla Geometria Algebrica alla Teoria Quantistica dei Campi. Su di uno spazio topologico, il funtore che assegna ad un fascio le sue sezioni globali è esatto a sinistra, ma non a destra, in generale. I suoi funtori derivati sono i gruppi di coomologia che codificano le ostruzioni al passaggio da locale a globale. I gruppi di coomologia del fascio costante sono invarianti topologici (ed anche omotopici) dello spazio di base. Spiegheremo come calcolarli in varie situazioni.

Modalità di esame:
tradizionale

Criteri di valutazione:
esame orale

Testi di riferimento:
Pierre Schapira, Algebra and Topology. : ,